Trento, 2-3 settembre 2004

Corso di Perfezionamento - IPRASE TRENTINO

La fisica dei quanti tra storia, filosofia della fisica e epistemologia

Giulio Peruzzi - peruzzi@pd.infn.it

Facoltà di scienze matematiche, fisiche e naturali

Università di Padova

0. **Introduzione**

1. **Campi fenomenologici che portano ai ‘quanti’**

2. **La nascita della meccanica quantistica**

3. **Note sugli sviluppi della teoria quantistica dei campi**

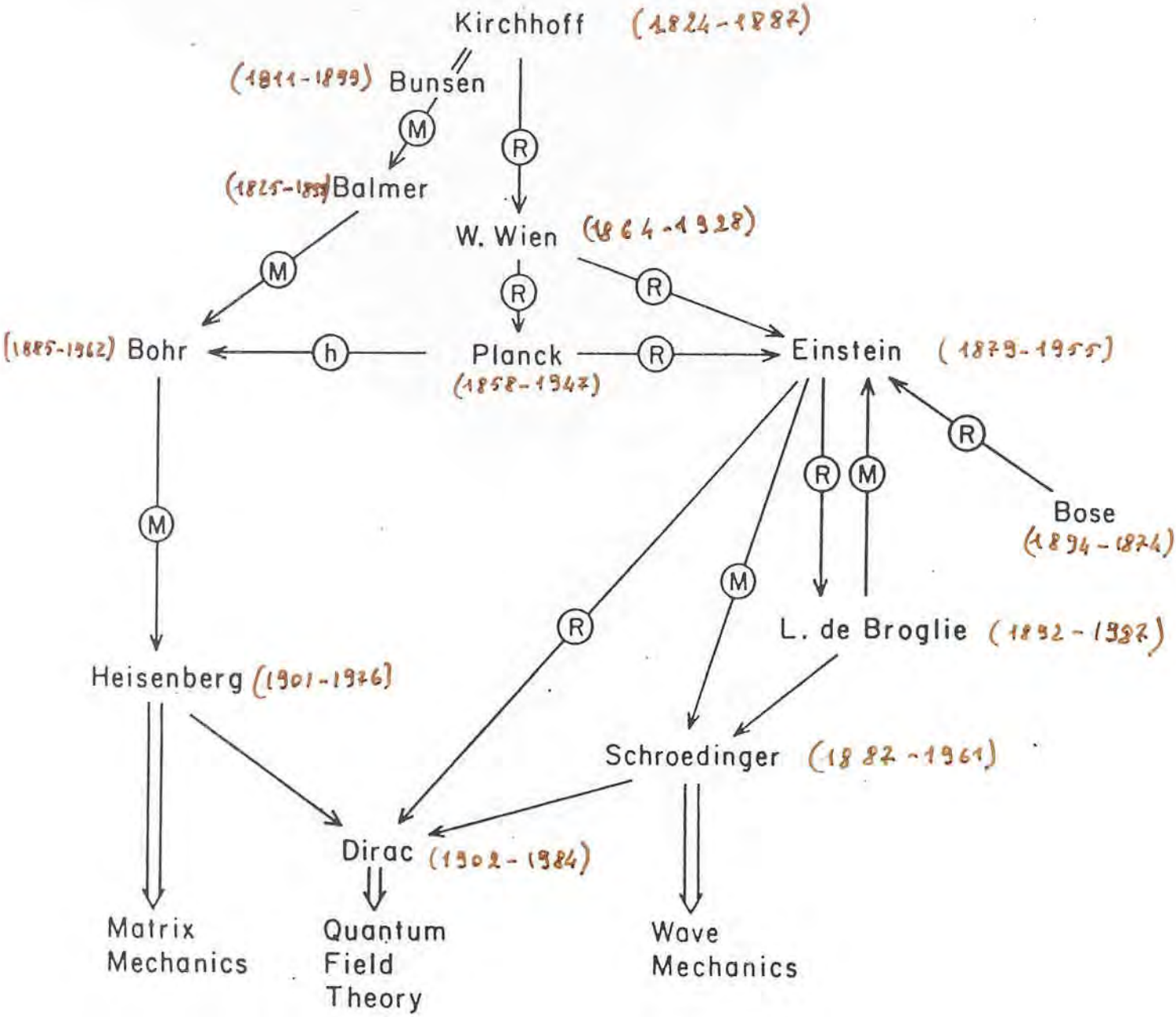
4. **La misura di h nel corso del XX secolo**

Introduzione

L'EPISTEMOLOGIA, intesa come teoria generale della conoscenza scientifica, è uno dei grandi settori della ricerca filosofica. La FILOSOFIA DELLE SCIENZE NATURALI—e in particolare la FILOSOFIA DELLA FISICA—può contribuire alla chiarificazione e alla specificazione di alcuni dei temi generali dell'epistemologia, ma sarebbe scorretto pensare che epistemologia e filosofia delle scienze naturali siano la stessa cosa.

Restringendo il nostro campo alla fisica, un'ulteriore distinzione può essere fatta tra FILOSOFIA DELLA FISICA e FONDAMENTI DELLA FISICA. Schematicamente si può dire che mentre chi si occupa di filosofia della fisica è prima di tutto interessato alla chiarificazione dei problemi concettuali e interpretativi delle teorie fisiche, chi lavora nel campo dei fondamenti della fisica si occupa principalmente di elaborare nuovi schemi matematici nella direzione di un superamento dei problemi concettuali e interpretativi delle teorie fisiche. È pur vero che le interazioni tra questi due settori di ricerca sono tali da rendere spesso difficile una loro netta separazione.

TEORIE QUANTISTICHE: ALCUNE LINEE DI INFLUENZA



(M) teorie della materia

(R) teorie della radiazione

Campi fenomenologici che portano ai “quanti”

- Teoria del corpo nero (1859-1926)
- Effetto fotoelettrico (1887-1915)
- Modelli atomici (dal 1859, e specialmente dal 1897)
- Teoria dei calori specifici (iniziata nel 1819, problemi dal 1830)

Il ‘problema’ del corpo nero

Nel 1859 **Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887)**, eseguendo indagini spettroscopiche sulla luce proveniente dal Sole, mette in evidenza una dipendenza tra spettri di assorbimento e spettri di emissione (su questa base inizia tra l’altro, insieme a von Bunsen [1811-1899], l’analisi chimica a distanza sui corpi celesti). Partendo da questa osservazione, ricorrendo a argomenti di termodinamica, enuncia il problema del corpo nero. Cerchiamo di capire di cosa si tratta.

Data una cavità mantenuta ad una certa temperatura T, questa si riempie di radiazione su ogni frequenza ν. Nell’ipotesi che si raggiunga l’equilibrio qual è la forma della funzione che esprime l’energia emessa dalla cavità per unità di superficie? Chiamato $E(\nu, T, ...)$ il potere emissivo (energia raggiante emessa per unità di superficie nell’unità di tempo in un intervallo di frequenza ν, $\nu + d\nu$) e $A(\nu, T, ...)$ il potere assorbente (rapporto tra energia raggiante assorbita e energia incidente, $0 \leq A \leq 1$), Kirchhoff enuncia la seguente legge:

$$\frac{E}{A} = I(\nu, T) \tag{1}$$

In altri termini mentre A ed E dipendono, oltre che da ν e T, anche da fattori relativi al corpo (fisici e geometrici), il loro rapporto è una funzione universale I di ν e T. Nel caso la cavità avesse $A = 1$ (**corpo nero ideale**), $E = I$ e I fornisce allora una informazione completa della radiazione in equilibrio dentro la cavità indipendente dalla natura e dalla forma delle pareti.

Kirchhoff fornisce anche **una prima definizione operativa** di un sistema che si comporta come un corpo nero ideale nei termini seguenti:

Data una cavità con pareti a temperatura omogenea, attraverso le quali non possa passare alcuna radiazione, ogni fascio di radiazione all'interno della cavità risulta costituito, quanto a qualità e intensità, come se provenisse da un corpo nero ideale alla stessa temperatura.

Una volta definita la legge generale, si poneva quindi il **problema** di determinare la funzione universale $I(\nu, T)$:

È compito della massima importanza determinare la funzione I. Grandi difficoltà si frappongono alla determinazione sperimentale. Tuttavia non appare priva di fondamento la speranza che essa abbia una forma semplice, come accade per tutte le funzioni finora note indipendenti dalle proprietà dei singoli corpi.

Nei quarant'anni che seguirono all'enunciazione del problema del corpo nero vennero compiuti una serie di passi, sia teorici sia sperimentali, che prepararono il terreno alla soluzione di Planck:

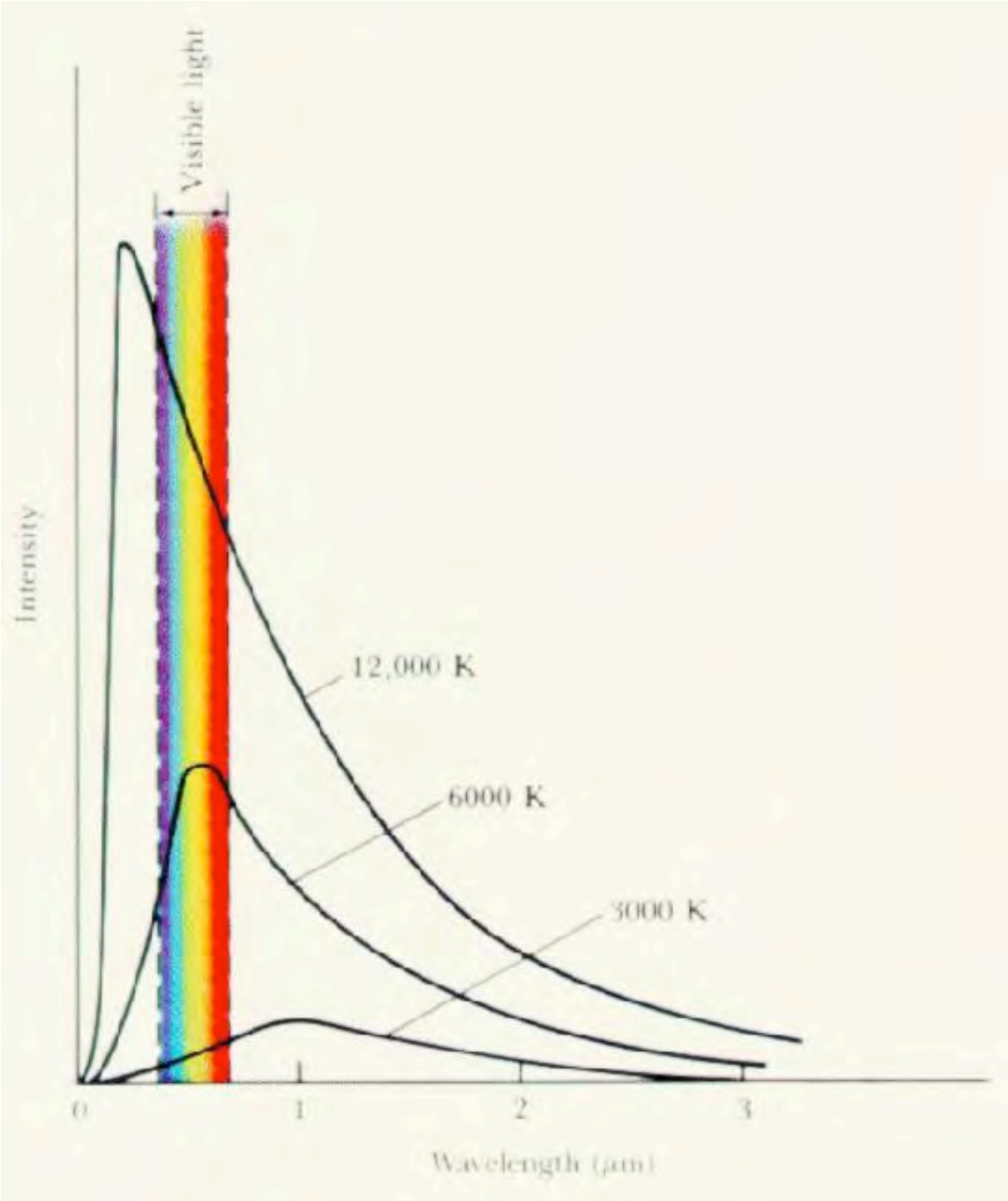
- dal punto di vista teorico con il progressivo incontro di risultati provenienti dalla termodinamica, dalla teoria del campo elettromagnetico e dalla teoria cinetica dei gas;

- dal punto di vista sperimentale con lo sviluppo di dispositivi con caratteristiche sempre più prossime a quelle di un corpo nero ideale, e con l'affinamento delle tecniche spettroscopiche e delle misure di intensità della radiazione emessa da cavità riscaldate elettricamente e dotate di sistemi termoelettrici per la misura della temperatura.

La comunicazione di Planck del 14 dicembre del 1900 risolveva il problema del corpo nero, ma l'interpretazione corretta del risultato trovato avrebbe richiesto ancora molti anni e il definitivo abbandono dei quadri teorici fino ad allora disponibili.

Planck (nel "più duro lavoro della mia vita") ipotizza che gli scambi di radiazione avvengono solo per quanti discreti ($\epsilon = h\nu$). Il calcolo deve allora essere fatto assumendo che l'energia degli oscillatori abbia valori discreti $\mathcal{E}_n = nh\nu$ e la probabilità che l'energia sia $\mathcal{E}_n$ deve essere data all'equilibrio dalla distribuzione di Maxwell-Boltzmann, da cui si ottiene:

$$w(\nu, T) = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \Rightarrow I(\nu, T) = \frac{2\pi}{c^2} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} \tag{2}$$



Lo spettro della radiazione del corpo nero è riportato in figura per tre diverse temperature: 12000 K, 6000 K e 3000 K. In ordinata è riportata l'intensità della radiazione e in ascissa la lunghezza d'onda in micrometri. La fascia iridescente rappresenta lo spettro della luce visibile.

“L’equazione di Planck è in accordo talmente buono con i dati sperimentali che si può considerare, quanto meno con elevata approssimazione, l’espressione matematica della funzione di Kirchhoff” [E. Pringsheim, “Arch. Math. Phys.”, 7 (1903), 236]

Le ‘nuove’ costanti di natura

- “Bisogna ora considerare la distribuzione di energia su ogni tipo di risonatore, in primo luogo la distribuzione dell’energia E sugli N risonatori con frequenza ν. Se si considera E come infinitamente divisibile, è possibile un numero infinito di diverse distribuzioni. Noi comunque riteniamo – e questo è il punto essenziale – che E sia composto di un determinato numero di parti uguali e finite e ci serviamo, per la loro determinazione, di una costante naturale $h = 6,55\ 10^{-27}$ erg s. Questa costante moltiplicata per la frequenza ν del risonatore dà l’elemento di energia ϵ in erg, e dividendo E per ϵ, otteniamo il numero P di elementi di energia da distribuirsi sugli N risonatori.” [Planck, 1900-1901]

- “$S = k \ln \mathcal{P}$ con k una seconda costante naturale” di valore $1,346\ 10^{-16}$ erg/K. [Planck, 1900-1901]

Le nuove costanti di natura: h e k

La necessità di introdurre due nuove costanti di natura per risolvere il problema del corpo nero si era già imposta all'attenzione della comunità scientifica, tra il 1893 e il 1896, a partire dai contributi di Wilhelm Wien (1864-1928, allievo di von Helmholtz e premio Nobel per la fisica nel 1911). Solo nel lavoro di Planck però queste costanti acquistavano definitivamente un nuovo e profondo significato, in particolare grazie al cruciale ruolo svolto dalla costante k di Boltzmann nel connettere l'*entropia*, S, di un sistema fisico in un dato stato con la *probabilità*, W, di quello stato.

Planck dimostra:

- $k = R/N_A$;
- $S = k \ln W$ vale in generale, e quindi anche nel caso di sistemi composti gas + sistema di oscillatori + radiazione elettromagnetica, del tipo di quelli che si incontrano nell'analisi del problema del corpo nero.

Le stime ottenute da Planck per i quanti elementari di materia e elettricità si discostavano non poco da quelle all'epoca disponibili. È quindi ovvio che Planck, già nella sua comunicazione del 14 dicembre, le considerasse "un'importante conseguenza della teoria sviluppata, una conseguenza che rende possibile un ulteriore verifica sperimentale della sua ammissibilità", aggiungendo che si trattava di "relazioni addizionali di particolare importanza per altri campi della fisica e per la chimica", la cui verifica sperimentale "con metodi diretti sarà un problema per ulteriori indagini tanto importante quanto necessario".

Precisione dei valori delle costanti calcolati da Planck

COSTANTE	VAL. PLANCK	VAL. OGGI
h	$6,55\ 10^{-27}$ erg s	$6,63\ 10^{-27}$ erg s
k	$1,34\ 10^{-16}$ erg/K	$1,38\ 10^{-16}$ erg/K
N_A	$6,175\ 10^{23}$ mole^{-1}	$6,023\ 10^{23}$ mole^{-1}
e	$4,69\ 10^{-10}$ esu	$4,80\ 10^{-10}$ esu

Noto k, Planck ricava il numero N_A di Avogadro dalla relazione $R = N_A k$ (dove R è la costante dei gas). Dalla legge di Faraday applicata ad elettroliti monovalenti ($F = N_A e$) ricava il valore di e: all'epoca la misura di e ottenuta da J.J. Thomson era $6,5\ 10^{-10}$ esu, e solo a partire dal 1908 con la determinazione della carica delle particelle α ($9,3\ 10^{-10}$ esu) si cominciò ad apprezzare la precisione del valore calcolato da Planck.

Cosa Planck sottolinea di aver scoperto?

Solo in seguito Planck comprese pienamente quale fosse la derivazione corretta e il significato fisico rivoluzionario della sua legge. Quello che invece gli sembrò da subito "la più grande scoperta in fisica dall'epoca di Newton" (dialogo riportato dal figlio Erwin che aveva sette anni alla fine del 1900) fu probabilmente il legame quantitativo sancito dalla sua teoria tra campi elettromagnetici e proprietà della materia (elettroni e atomi). Il ruolo comune della costante k nei due campi della fisica prefigurava un tale risultato da chiarire nelle ricerche future.

- Influenza importante delle previsioni teoriche dei valori delle costanti naturali fatte da Planck su Ernest Rutherford (1871-1973): nel 1908 Rutherford e Geiger misurano la carica elettronica a partire dalla misura della carica delle particelle α trovando un valore che differiva di poco meno dello 1% da quello di Planck. Non è un caso che Rutherford incoraggiò le ricerche di Bohr sull'applicazione del quanto per la spiegazione degli spettri.

- Larmor [1902, contributo ai supplementi alla nona edizione della "Encyclopaedia Britannica"]: "Qualunque cosa si possa pensare della forza di persuasione del suo [di Planck] argomento ... il risultato trae sostegno dal fatto che esso implica delle determinazioni di costanti fisiche assolute della teoria molecolare che si dimostrano dell'ordine di grandezza adatto".

Ciò che spingeva Planck ad attribuire particolare rilevanza alle nuove costanti non era tanto la precisione delle previsioni (che si sarebbe palesata solo in seguito), ma il legame quantitativo che h e specialmente k stabilivano tra la teoria dei campi elettromagnetici e la teoria della materia.

Infatti, all'inizio del nuovo secolo - come scrive Kuhn - *l'indagine su tali legami era un momento centrale [...] della ricerca fisica, poiché il rapporto tra l'elettrodinamica e la meccanica era diventato, per un'intera generazione, sempre più problematico. La teoria di Maxwell [...] non offriva alcuno spazio evidente per l'introduzione o della materia o della carica discreta. Molti fisici si aspettavano ancora che la lacuna risultante [...] sarebbe stata colmata dall'individuazione di un opportuno modello meccanico dell'etere. Un etere meccanico, per sua natura, avrebbe interagito con le molecole della materia ordinaria, e i suoi spostamenti avrebbero costituito il campo elettromagnetico. Ma lo scoraggiante risultato degli strenui sforzi per costruire modelli eterei aveva condotto altri fisici a dubitare che una teoria meccanica potesse mai avere successo. Un certo numero di questi, guidato da H.A. Lorentz, sperava in definitiva di ridurre la materia e la meccanica all'elettrodinamica, all'interno di una concezione che stava sempre più diffondendosi e alla quale ci si riferiva come "concezione elettromagnetica della natura".*

Il fatto che la teoria e gli esperimenti sulla radiazione fossero legati a costanti relative ai quanti elementari della materia e della carica rappresentava, quindi, un'indicazione della direzione nella quale cercare il nesso, ancora problematico, tra l'elettromagnetismo e la meccanica.

Una direzione sulla quale si sarebbero incamminati molti fisici della nuova generazione che, nel contesto degli sviluppi della vecchia meccanica quantistica, aggiunsero al significato fisico di k, già individuato da Planck, un significato fisico, nuovo e sorprendente, per la costante h. Emerge qui una delle funzioni fondamentali svolte dalle costanti di natura, quella che Jean-Marc Lévy-Leblond chiama funzione di *sintesi concettuale* tra nozioni relative a diversi quadri teorici. Questo fatto non è certo nuovo nella storia della fisica; basti pensare all'equivalente meccanico della caloria che connette la nozione di lavoro della meccanica con quella di calore della teoria dei fenomeni termici.

La novità e la rilevanza del risultato ottenuto da Planck stanno però nell'introduzione di costanti di natura che, oltre a indicare un legame profondo tra teorie diverse, spingono anche nella direzione di un'attenta indagine sulla fisica implicata alle diverse scale di lunghezza, da quella macroscopica a quella atomica.

Dalla scoperta dell’elettrone ai modelli dell’atomo

Che cosa intendiamo oggi per elettrone?

Una particella subatomica

- dotata di un'unità di carica negativa (pari a $1,6 \times 10^{-19}$ coulomb),
- avente una massa circa 2000 volte più piccola della massa dell'atomo di idrogeno,
- e un momento intrinseco, lo spin, pari a $1/2$,
- la cui dinamica è descritta dalla EDQ.

Da quando si parla in termini di “quantizzazione della carica elettrica”?

Già molto prima dei lavori di Joseph John Thomson, si faceva riferimento alle nozioni di “ione”, “atomo”, “molecola”, “particella”, “corpuscolo” di elettricità, che alla fine confluirono all’interno dell’unica nozione di elettrone.

- **George Johnstone Stoney** (1826-1911): “la Natura ci fornisce, nel fenomeno dell’elettrolisi, l’evidenza di una singola definita quantità di elettricità che è indipendente dai particolari corpi sui quali si agisce” (1874, *On the Physical Units of Nature*, e nel 1891 propone il termine “elettrone”).

- **Hermann von Helmholtz** (1821-1894): “il risultato più stupefacente” della legge dell’elettrolisi di Faraday consiste nel fatto che, se si accetta che le sostanze sono composte di atomi, anche l’elettricità deve essere divisa in “definite porzioni elementari che si comportano come atomi di elettricità” (1881, *Faraday lecture*: *On the modern development of Faraday’s conception of electricity*)

- Tra gli antesignani
  - **Michael Faraday** (1791-1867), nelle sue ricerche sull’elettrolisi nei primi anni del 1840, che lo portano a introdurre, tra l’altro, i nuovi termini di “ione”, “anione” e “catione” (consultandosi con William Whewell).
  - **Wilhelm Eduard Weber** (1804-1891), nella sua teoria basata sulla nozione di carica elettrica discreta e di corrente elettrica come moto di cariche.

Elettrodinamica continentale

- Gauss (1835) $\Rightarrow$ Fechner (1845), Weber (1846-1848)(due fluidi di particelle di carica $+$ e $-$ che fluiscono in direzione opposta.

- Scuola francese (Laplace, Poisson, Biot, Savart, Ampère) e tedesca (F. Neumann): funzione potenziale.

- C. Neumann (1871), Clausius (1876) e Hall (1879) un solo portatore.

- Gauss (1845), Weber, Kirchhoff (1848-1857), Riemann (1858 [1867]), Neumann (1868 [1880]), Lorenz, Lienard, Wiechert: potenziali scalari e vettoriali ritardati

1 Concezione sostanzialistica dell'elettricità: **carica elettrica** e correnti come nozioni primitive.

2 Azioni elementari tra cariche: **azioni a distanza**.

3 **Riduzione** dell'elettromagnetismo alla meccanica tramite un principio di minimo dell'azione (von Helmholtz, 1870-1886).

La corrente elettrica è la risultante del moto di due fluidi orientati in direzioni opposte. I fluidi sono composti da particelle con carica positiva e negativa. La legge che esprime le interazioni tra queste particelle spiega tutti i fenomeni elettrici noti e unifica elettrostatica e elettrodinamica. Le azioni elettromagnetiche dipendono da una forza che si esercita a distanza tra particelle materiali:

$$F_{ee'} = \frac{ee'}{r^2}\left[1 - \frac{1}{c_W^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2}{c_W^2} r \frac{d^2 r}{dt^2}\right] ,$$

dove r è la distanza relativa tra le due cariche e e e'. Il primo termine è la forza di Coulomb e gli altri due, che dipendono dalla velocità e dalla accelerazione relative, permettono di tener conto degli effetti elettrodinamici e delle induzioni elettromagnetiche. [Weber]

Due elementi di elettricità in uno stato di moto relativo si attraggono o respingono reciprocamente, ma non nello stesso modo di quando si trovano a riposo reciproco. [Gauss, 1835]

Avrei sicuramente già pubblicato da molto tempo le mie ricerche se non fosse stato che al momento in cui le abbandonai avevo fallito nel trovare quella che consideravo la chiave di volta: cioè la derivazione di forze addizionali - che devono essere aggiunte alla azione mutua di particelle elettriche a riposo quando queste sono in moto relativo - dall'azione che è propagata non istantaneamente ma in un certo tempo come nel caso della luce. [Gauss a Weber, 1845]

Elettrodinamica britannica

- M. Faraday
- J. Clerk Maxwell
- J.J. Thomson (1881), FitzGerald (1881), Heaviside (1888-1889)

1. Nozioni primitive: l'etere e **il campo**. Rifiuto della concezione sostanzialistica dell'elettricità ricondotta alla polarizzazione dell'etere.
2. Azione contigua mediata dal campo.
3. **Riduzione** dell'elettromagnetismo alla meccanica tramite modelli meccanici e principi di minimo dell'azione.

Abbiamo visto che le espressioni matematiche per l'azione elettrodinamica conducono, nel pensiero di Gauss, alla convinzione che una teoria della propagazione dell'azione elettrica nel tempo dovrebbe essere la "chiave di volta" dell'elettrodinamica.

Ma siamo incapaci di concepire la propagazione nel tempo eccetto che nel caso in cui la riferiamo a un flusso di sostanza materiale nello spazio o alla propagazione di una condizione di moto o di tensione in un mezzo già esistente nello spazio. Nella teoria di C. Neumann, la nozione matematica chiamata Potenziale, che siamo incapaci di concepire come sostanza materiale, è supposta venir proiettata da una particella all'altra, in un modo che è indipendente dal mezzo, e che, come Neumann stesso ha messo in evidenza, è radicalmente diverso da quello della propagazione della luce [la velocità di trasmissione del potenziale non è, come quella della luce, costante relativamente all'etere o allo spazio,ma piuttosto come quella di un proiettile, costante relativamente alla velocità della particella emittente all'istante dell'emissione]. Nelle teorie di Riemann e Betti l'azione sembrerebbe propagarsi in modo più simile a quello della luce.

Ma in tutte queste teorie sorge naturale una domanda: se qualcosa si trasmette da una particella ad un'altra posta ad una certa distanza quale è la condizione di questo qualcosa dopo che ha lasciato la prima particella e prima di aver raggiunto l'altra? Se questo qualcosa è l'energia potenziale delle due particelle, come nella teoria di Neumann, come dobbiamo concepire questa energia come esistente in un punto dello spazio che non coincida con la posizione di nessuna delle due particelle? Di fatto ogni qual volta l'energia è trasmessa da un corpo ad un altro nel tempo ci deve essere un mezzo o sostanza in cui l'energia esiste dopo aver lasciato un corpo e prima di aver raggiunto l'altro, perché l'energia, come ha sottolineato Torricelli, "è una quintessenza di natura così sottile da non poter essere contenuta in alcun recipiente eccetto nell'intima sostanza delle cose materiali". Quindi tutte queste teorie conducono a concepire un mezzo nel quale la propagazione abbia luogo, e se ammettiamo questo mezzo come ipotesi, penso che questo mezzo dovrebbe occupare una posizione preminente nelle nostre indagini, e che dovremmo cercare di costruire una rappresentazione mentale di tutti i dettagli della sua azione, e questo è stato il mio costante obiettivo in questo trattato. [Maxwell, Treatise, 1873]

Le carte si rimescolano

- Esperimenti di Hertz sull'identità tra onde elettromagnetiche e onde luminose (seconda metà degli anni 1880).

- Esperimenti di J.J. Thomson, Walter Kaufmann (1871-1947), Johan Emil Wiechert (1861-1928) e Pieter Zeeman (1865-1943) (negli ultimi anni del XIX secolo)

I due campi da cui arrivarono le maggiori sollecitazioni furono quello relativo alla scoperta di diverse forme di **radiazione** e quello relativo alle ricerche **spettroscopiche**.

Radiazioni

- **Raggi catodici**: Faraday (quando una scarica elettrica attraversa un gas rarefatto si producono nuovi fenomeni: “un quarto stato della materia”, 1816), Julius Plücker (1801-1868), Wilhelm Hittorf (1824-1914), Eugen Goldstein (1850-1930, è lui ad introdurre il termine “raggi catodici” nel 1876), Charles Varley (1828-1883) e William Crookes (1832-1919).

- **Raggi** x: (1895) Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923).

- **Radioattività dell’uranio**: (1896) Henri Becquerel (1852-1908).

Spettroscopia

L'ipotesi che la luce emessa o assorbita secondo una precisa successione di lunghezze d'onda, tipica di ogni materiale, dovesse in qualche modo essere connessa con l'ipotesi di una struttura atomica della materia venne, via via, affermandosi nella seconda metà dell'Ottocento.

- Stoney

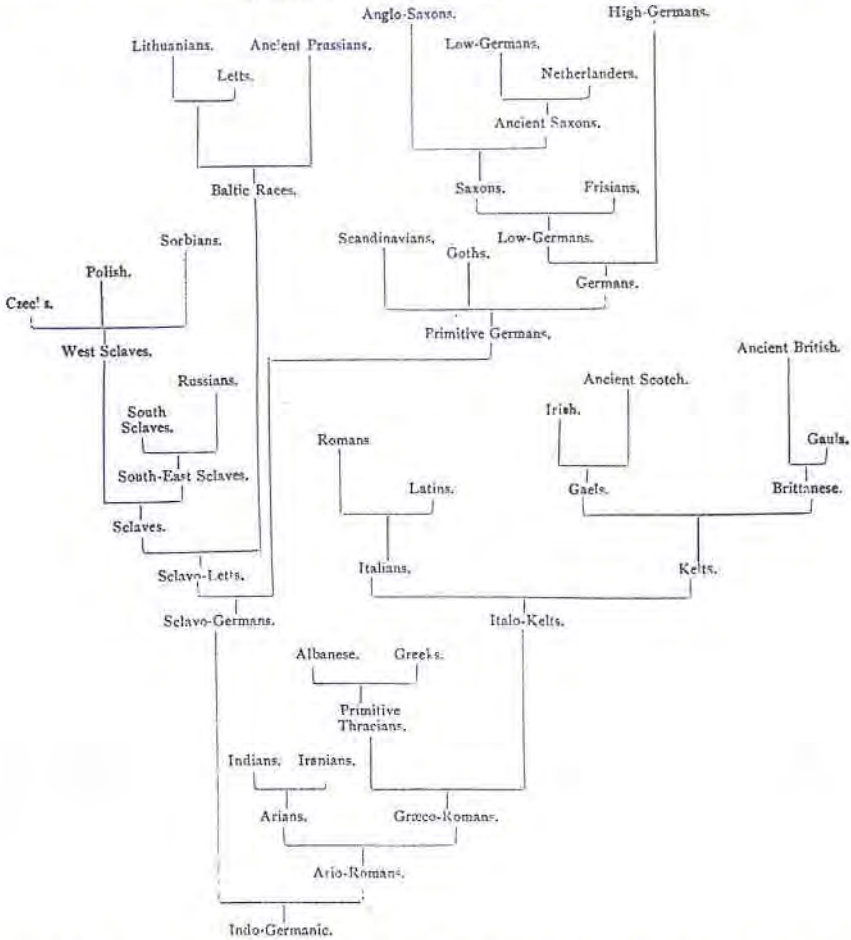
- Joseph Norman Lockyer (1836-1920) (ipotesi di William Prout - 1785-1850 - che nel 1815 sosteneva l'esistenza di una particella primordiale)

- Arthur Schuster (1851-1934) e Crookes

and the same element or atomic molecule existing in different conditions of movability. The essential unity of matter is an hypothesis in harmony with the equal action of gravity upon all bodies." I now come to Sir Benjamin Brodie, whom we have so lately lost, the last of the great English triumvirate to whom I mean to refer. His views I have already stated in his own words, but I may here again state that as early as 1867, long ago as 1836 published a series of lectures in which his views were very clearly stated indeed, and any one who reads them will see how convinced he was then of the considerable amount of evidence that had already been accumulated in favour of the non-elementary nature of a great number of substances then classed as elements.

Then again we can pass to another chemical philosopher, Kopp. In his researches on specific heats he also gives evidence almost, we may say, before the spectroscope had been applied to the sun, except in the general way, which was started by Fraunhofer and Kirchhoff, he prophesied that the solar facts would be as I think we have found them. That is to say, he stated his belief that at the solar temperature the constituents of our elementary bodies would be found existing in independent forms. The greatest chemical philosopher now living, M. Dumas, so to show that that relationship is not to be depended upon to establish the received view. If, then, the three greatest English chemists we can name, and the most eminent chemical philosophers in France and Germany, give their opinion in behalf of the compound nature of the chemical elements, can these simpler forms be any other than those we detect by means of the spectroscope? By the conditions of the problem and the absence of knowledge they are not decomposable in the laboratory; if they

PEDIGREE OF THE INDO-GERMANIC LANGUAGES.



In una serie di articoli dal titolo *Fisica solare: la chimica del Sole*, apparsi su «Nature» nel 1881, Lockyer affrontava, tra l'altro, quella che chiamava «la nuova teoria dell'evoluzione chimica». Egli affermava che dagli studi spettroscopici sul Sole e sulle stelle si poteva ricavare una visione evolutiva delle specie chimiche. All'aumentare della temperatura si assisteva a un processo di decomposizione degli elementi chimici complessi nei loro costituenti sempre più elementari e, viceversa, al diminuire della temperatura si assisteva alla composizione dei costituenti elementari primordiali in aggregati sempre più complessi. Un'ipotesi di questo genere traeva forza, secondo Lockyer, dal fatto che in diversi «regni della natura», in altre «regioni del pensiero», si andavano evidenziando processi di tipo evolutivo. Il richiamo all'unità della natura, sotteso a questa unicità di chiave interpretativa, lo portava ad affermare che la migliore immagine mentale che ci si poteva fare per rappresentare le evidenze spettrali provenienti dal Sole e dalle stelle era quella di considerare i raggruppamenti molecolari che le producevano come somiglianti alla progressiva differenziazione delle lingue europee a partire dal comune ceppo «indogermanico». L'evoluzione del linguaggio sarebbe stata analoga a quella degli elementi chimici via via che la temperatura diminuiva; nell'una come nell'altra rimanevano alcune forme costanti tramite le quali si potevano ricostruire le parentele che avrebbero permesso di risalire al comune elemento primordiale.

La controversia sulla natura dei raggi catodici

- Interpretazione eterea (ondulatoria): Plücker, von Helmholtz, Goldstein, Hertz (1891) e Lenard (1893-94)

- Interpretazione particellare: Varley (il primo a ipotizzare che i raggi catodici fossero costituiti da particelle cariche negativamente), Crookes (1879), J.J. Thomson (dal 1894) e Jean Perrin (1895)

Era noto che se una particella carica in moto su una traiettoria rettilinea, per esempio lungo l'asse x, passava attraverso un campo magnetico uniforme diretto lungo l'asse y, la traiettoria subiva una deflessione nella direzione dell'asse z, di verso positivo o negativo a seconda del segno della carica e del verso del campo. Ripetendo la stessa esperienza con un campo elettrostatico diretto lungo z, la traiettoria subiva una deflessione nella direzione z, di verso positivo o negativo a seconda del segno della carica e del verso del campo. [effetto Hall (Edwin Herbert, fisico americano), 1879]

particelle Sulla base della proprietà dei raggi catodici di essere deflessi da parte di un campo magnetico Varley ipotizzava per primo che le particelle dei raggi catodici trasportassero una carica elettrica negativa. Su questa congettura era tornato nel 1879 Crookes interpretando i raggi catodici come molecole del gas residuo nei tubi, che acquistavano carica negativa nei loro urti con il catodo, venendo poi da questo respinte ad alta velocità.

onde Nel 1883 Hertz, mostrando che i raggi catodici non venivano deflessi da un campo elettrostatico, metteva in crisi l'interpretazione particellare. Ancora Hertz nel 1891 realizzava esperimenti, ripresi e sviluppati da Lenard nel 1893 e nel 1894, nei quali i raggi catodici attraversavano sottili fogli d'oro: l'attraversamento di materia solida da parte dei raggi catodici sembrava un'ulteriore riprova che questi non fossero altro che onde di piccola lunghezza d'onda.

Evidenza definitiva della natura corpuscolare

- 1883-1895: nonostante gli esperimenti di Hertz e Lenard le ricerche aventi come riferimento il modello particellare continuarono; la fenomenologia della scarica elettrica attraverso i gas fu sistematicamente analizzata e ulteriori varianti delle congetture di Varley e Crookes vennero prese via via in considerazione.

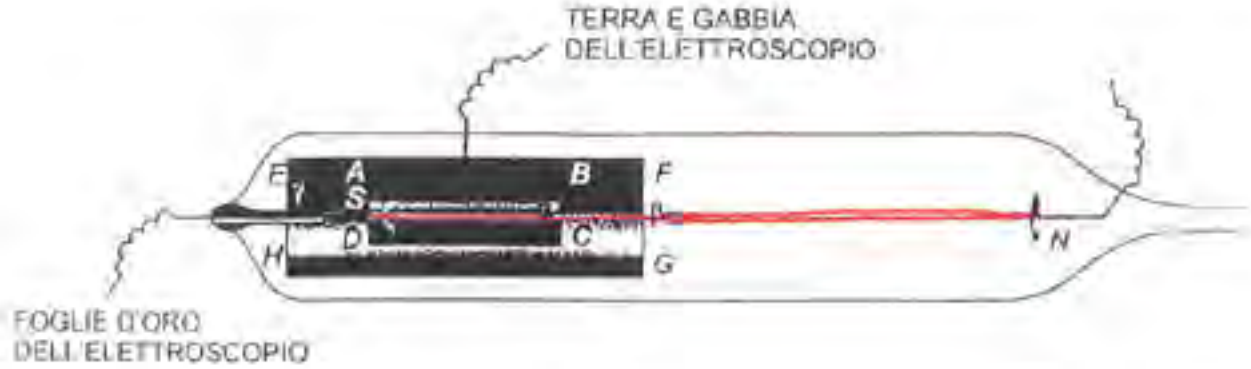
- Una prima nuova evidenza indiretta in favore dell'interpretazione particellare venne dalle misure fatte da J.J. Thomson nel 1894 sulla velocità dei raggi catodici. Un'onda nell'etere avrebbe dovuto propagarsi alla velocità della luce, mentre la velocità dei raggi catodici risultava sempre inferiore.

- Jean Perrin (1870-1942), nel 1895, esegue i primi esperimenti che segnarono la vera svolta a favore dell'interpretazione particellare.

Perrin, nell'introduzione al suo articolo, si rifaceva esplicitamente alla congettura di Crookes e riportava i risultati di Hertz e Lenard giudicandoli non conclusivi. I "proiettile catodici", affermava Perrin, possono differire dalle molecole per dimensione e velocità in modo tale da poter attraversare una parete impermeabile alle molecole.

Quindi prima di rifiutare la teoria dell'emissione (particellare) bisognava assicurarsi che i raggi catodici non fossero elettrizzati. L'apparato sperimentale da lui approntato permetteva proprio di mettere in evidenza che i raggi catodici erano portatori di carica negativa.

Qui sotto è riprodotto il dispositivo con cui Perrin nel 1895 mise in evidenza che i raggi catodici sono portatori di carica negativa. All'interno di un tubo a vuoto era posto un cilindro metallico *ABCD* chiuso da tutti i lati a eccezione di una piccola apertura α, al centro della base *BC*. Un filo metallico, saldato in *S* al centro di *AD*, collegava il cilindro a un



elettroscopio. Un secondo cilindro *EFGH* munito di due piccole aperture, β e γ, era collegato a terra e con la gabbia dell'elettroscopio e aveva lo scopo di schermare il cilindro *ABCD* dalle influenze elettriche esterne. I raggi catodici viaggiavano dal catodo *N* al cilindro *EFGH*, che fungeva da anodo, e, attraverso le aperture β e α, entravano nel cilindro *ABCD*, che fungeva da gabbia di Faraday. In tal modo, con l'elettroscopio, Perrin osservava che il cilindro *ABCD* si caricava di elettricità negativa. Se si poneva il tubo tra i poli di un'elettrocalamita, i raggi catodici venivano deflessi e non penetravano più nel cilindro, che non si caricava. Il fatto che nel dispositivo di Perrin il cilindro *ABCD* si trovasse di fronte all'anodo aveva condotto alcuni fautori della teoria eterea a obiettare che, certo, atomi portatori di carica respinti dal catodo entravano in *ABCD*, ma questi non avevano a che fare con i raggi catodici molto più di quanto una palla di fucile ha a che fare con il lampo che si produce quando il fucile spara.

La soluzione definitiva della controversia

- La scoperta dei raggi X se da un lato sottolinea l'inadeguatezza dei quadri teorici tradizionali dall'altro apre la strada alla soluzione della controversia dei raggi catodici. In particolare, la capacità dei raggi x di ionizzare i gas permise a Thomson, tra il 1896 e i primi mesi del 1897, di chiarire i rapporti tra radiazione e conducibilità dei gas, confermando una congettura da lui già avanzata nel 1893 che spiegava come mai Hertz, nel 1883, non avesse osservato la deflessione dei raggi catodici in un campo elettrostatico.

- I lavori di Thomson: 8 febbraio, 30 aprile, e il finale scritto in agosto e pubblicato in ottobre.

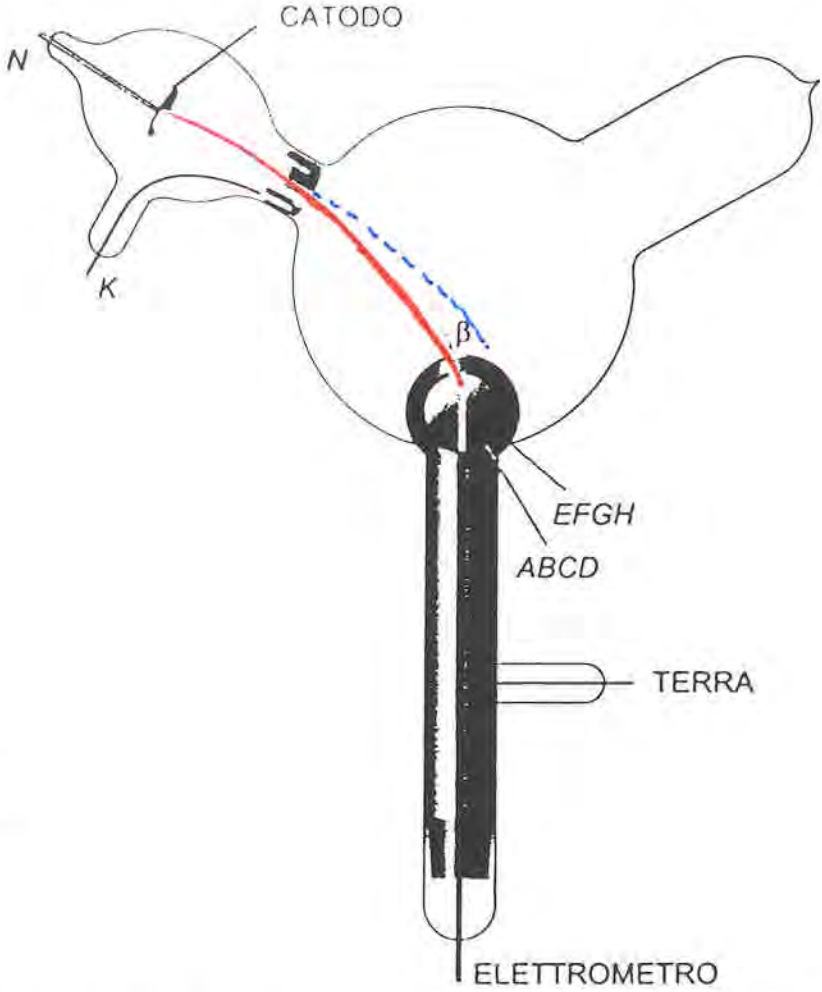
Il lavoro finale di Thomson

- Nuova geometria dell'esperienza di Perrin.

- Deflessione da un campo elettrostatico e magnetostatico: due metodi per ricavare il rapporto m/e, che risultava di tre ordini di grandezza inferiore al rapporto m/e per lo ione idrogeno nell'elettrolisi.

- Dal fatto che il rapporto m/e rimanesse costante qualunque fosse il gas attraversato dalla scarica, Thomson concludeva che "la maniera più semplice e diretta per spiegare questi fatti si trova nella visione della costituzione degli elementi chimici accettata da molti chimici, e cioè che gli atomi dei diversi elementi chimici sono aggregati differenti di atomi dello stesso genere".(nell'articolo cita Prout e Lockyer)

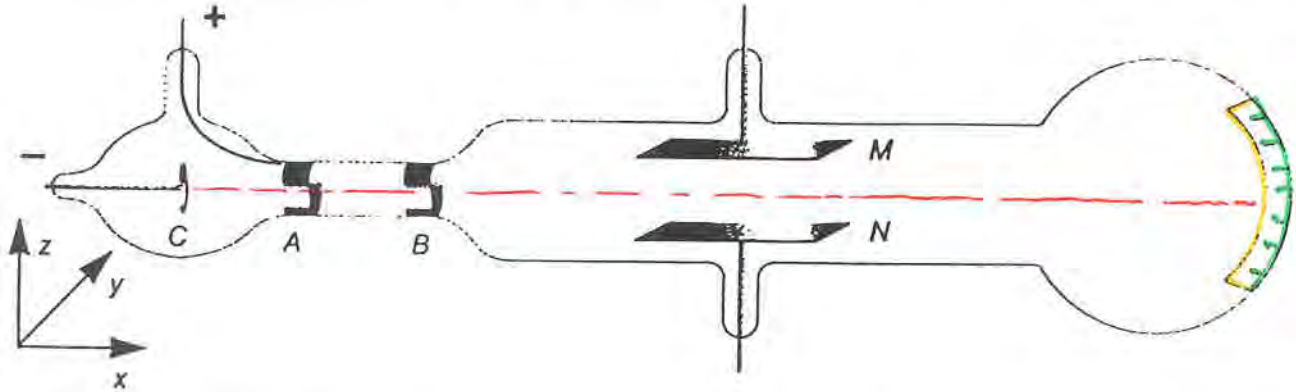
Consapevole di questa obiezione, Thomson ridisegnava la geometria dell'esperienza ponendo i cilindri coassiali con le loro fenditure non di fronte al catodo, ma lateralmente a questo. I raggi catodici non penetravano nel cilindro se non quando un opportuno campo magnetico li defletteva, facendoli passare attraverso le fenditure dei cilindri. La deflessione subita dai «corpuscoli» e quella subita dagli



atomi carichi, ipotizzati dai fautori della teoria eterea, avrebbero dovuto essere diverse, stante la grande differenza di massa, e Thomson in tal modo eliminava l'obiezione sollevata contro Perrin.

L'esperienza di Thomson

In un tubo a vuoto, i raggi provenienti dal catodo C attraversavano una fenditura A praticata nell'anodo; dopo essere passati per una seconda fenditura B, che serviva da collimatore, viaggiavano (nella direzione x) tra due placche parallele di alluminio M ed N, di lunghezza l; i raggi giungevano, infine, all'estremità del tubo e producevano una ben definita macchiolina fosforescente la cui posizione veniva rilevata su una scala millimetrata. Connettendo le placche M e N con i terminali di una batteria, si produceva



un campo elettrico E in direzione z. A seconda del tipo di esperienze si poteva avere, nella stessa regione delle placche, un campo magnetico H in direzione y. E e H provocavano deflessioni dei raggi nella direzione z di segno opposto. Indicata con v la velocità dei raggi, il tempo di attraversamento della regione di lunghezza l dove si potevano avere le deflessioni era l/v. Posto, inizialmente, $E \neq 0$ e $H = 0$, la velocità v_E nella direzione di E era data da $(eE/m) \times (l/v)$, e l'angolo θ di deflessione dei raggi quando lasciavano la regione in cui agiva il campo era $\theta = v_E/v = (eE/m) \times (l/v^2)$. Supposto, invece, $H \neq 0$ ed $E = 0$, la velocità v_H lungo z era data da $(eHv/m) \times (l/v)$ e l'angolo ϕ di deflessione dei raggi quando lasciavano la regione in cui agiva il campo era $\phi = v_H/v = (eH/m) \times (l/v)$. Si otteneva quindi:

$$v = (\phi/\theta) \times (E/H) \quad \text{e} \quad m/e = H^2\theta l/E\phi^2 \quad .$$

Fissato E si poteva far variare H in modo da annullare la deflessione totale, nel qual caso $\phi = \theta$ e:

$$v = (E/H) \quad \text{e} \quad m/e = H^2 l/E\theta$$

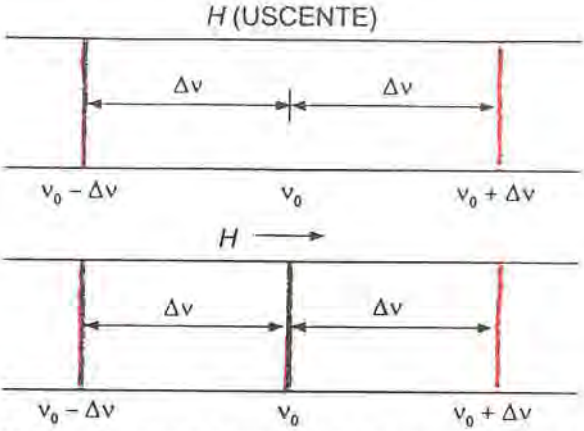
Noti pertanto H ed E, dalla misura di θ si ricavava m/e.

Gli intensi campi elettrici nelle vicinanze del catodo dissociavano “le molecole” e le scindevano non negli ordinari atomi chimici (come credevano Prout e, in certa misura, Lockyer), ma in questi “atomi primordiali”, che Thomson chiamava “corpuscoli”. Siccome ogni atomo era un aggregato di corpuscoli separati tra loro da grandi distanze anche le esperienze di Lenard trovavano una loro spiegazione, sulla falsa riga della congettura di Perrin secondo il quale corpuscoli di dimensioni e velocità opportune potevano attraversare la materia solida.

- Esperienza di Wiechert: stima della velocità dei corpuscoli solo approssimata.

- Kaufmann: era un teorico dell'etere e non collegò subito le sue misure sul rapporto e/m all'ipotesi particellare universale.

- Zeeman: osservazione spettroscopica delle righe D di assorbimento del Sodio che, in presenza di un campo magnetico, subivano un "allargamento". Applicazione della teoria degli "ioni" di Lorentz (1892-1895)



Zeeman aveva osservato che le due righe D del sodio subivano un allargamento in presenza di un campo magnetico H. La teoria di Lorentz descriveva le frequenze emesse o assorbite dalla materia sulla base del moto degli «ioni» carichi elettricamente. Per $H = 0$ gli ioni si muovevano di moto armonico con frequenza ν_0. Per $H \neq 0$, invece, il moto degli ioni era alterato e, nel piano perpendicolare a H, la frequenza di oscillazione ν_0 si divideva nelle due vibrazioni di frequenza $\nu_0 + \Delta\nu$ e $\nu_0 - \Delta\nu$, dove $\Delta\nu$ è proporzionale al campo H e al rapporto carica/massa dell'elettrone. Nel piano di H, invece, si avevano le tre vibrazioni (tripletto) $\nu_0 - \Delta\nu$, ν_0 e $\nu_0 + \Delta\nu$. Nei suoi primi esperimenti, del 1896-1897, Zeeman non riusciva a risolvere le due righe D del sodio nelle loro diverse componenti, ma ne osservava semplicemente l'allargamento. La misura dell'allargamento, però, gli bastava a dare una prima stima del valore di e/m. A destra, la versione del tubo di Perrin perfezionata da J. J. Thomson nel 1897 e impiegata per dimostrare che la carica elettrica dei raggi catodici è negativa.

Perché i “corpuscoli”?

- Le teorie sugli atomi divisibili di Prout e Lockyer avevano permesso a Thomson di intravedere la connessione tra fisica e chimica.

- Le teorie di Lorentz e Larmor interpretano l’elettrone come mediatore tra materia e etere/campo e non come particella elementare subatomica.

- FitzGerald si oppone all’ipotesi dei corpuscoli che, secondo lui, suggerisce un ritorno all’alchimia e alla trasmutazione degli elementi: l’atomo è indivisibile e i raggi catodici sono opportuni transienti del campo identificabili con gli elettroni.

Kelvin-J.J. Thomson: atomi, vortici e panettoni (I)

- Kelvin (1824-1907) negli ultimi dieci anni della sua vita partecipa al dibattito sulla radioattività e sui primi modelli atomici con contributi che, pur rimanendo ancorati all'orizzonte scientifico ottocentesco, rivelano un'apertura non comune tra i fisici della sua generazione per il sorgere della nuova fisica che stava mutando profondamente la visione della natura che egli stesso aveva contribuito a creare.
  - "In questo ventesimo secolo - scrive in un'appendice alle Lezioni di Baltimora - siamo costretti ad accettare delle concezioni sull'origine atomica di tutte le cose che ricordano molto da vicino quelle elaborate da Democrito, Epicuro e Lucrezio".
  - Ripresa della teoria di Boscovich (1711-1787): nozione di continuità, assioma di impenetrabilità, centri di forza come punti geometrici adimensionali. Ripresa della teoria di Æpinus (1724-1802): teoria a un solo fluido.
  - Kelvin, "Aepinus Atomized", *Philosophical Magazine*, S. VI, **3** (1902), pp. 257-283.

THE

LONDON, EDINBURGH, AND DUBLIN

PHILOSOPHICAL MAGAZINE

AND

JOURNAL OF SCIENCE.

[SIXTH SERIES.]

MARCH 1902.

XXIX. *Aepinus Atomized.* *By* Lord KELVIN*.

§ 1. ACCORDING to the well-known doctrine of Aepinus, commonly referred to as the one-fluid theory of electricity, positive and negative electrifications consist in excess above, and deficiency below, a natural quantum of a fluid, called the electric fluid, permeating among the atoms of ponderable matter. Portions of matter void of the electric fluid repel one another; portions of the electric fluid repel one another; portions of the electric fluid and of void matter attract one another.

§ 2. My suggestion is that the Aepinus' fluid consists of exceedingly minute equal and similar atoms, which I call electrions †, much smaller than the atoms of ponderable matter; and that they permeate freely through the spaces occupied by these greater atoms and also freely through space not occupied

* Communicated by the Author. From the Jubilee Volume presented to Prof. Bosscha in November 1901.

† I ventured to suggest this name in a short article published in 'Nature,' May 27, 1897, in which, after a slight reference to an old idea of a "one-fluid theory of electricity" with *resinous electricity as the electric fluid*, the following expression of my views at that time occurs:—"I prefer "to consider an atomic theory of electricity foreseen as worthy of thought "by Faraday and Clerk Maxwell, very definitely proposed by Helmholtz "in his last lecture to the Royal Institution, and largely accepted by "present-day theoretical workers and teachers. Indeed, Faraday's law "of electrochemical equivalence seems to necessitate something atomic "in electricity, and to justify Johnstone Stoney's word *electron*. The "older, and at present even more popular, name *ion* given sixty years "ago by Faraday, suggests a convenient modification of it, *electrion*, to "denote an atom of resinous electricity. And now, adopting the

by them. As in Aepinus' theory we must have repulsions between the electrions; and repulsions between the atoms independently of the electrions: and attractions between electrions and atoms without electrions. For brevity, in future by atom I shall mean an atom of ponderable matter, whether it has any electrions within it or not.

§ 3. In virtue of the discovery and experimental proof by Cavendish and Coulomb of the law of inverse square of distance for both electric attractions and repulsions, we may now suppose that the atoms, which I assume to be all of them spherical, repel other atoms outside them with forces inversely as the squares of distances between centres; and that the same is true of electrions, which no doubt occupy finite spaces, although at present we are dealing with them as if they were mere mathematical points, endowed with the property of electric attraction and repulsion. We must now also assume that every atom attracts every electrion outside it with a force inversely as the square of the distance between centres.

§ 4. My assumption that the electrions freely permeate the space occupied by the atoms requires a knowledge of the law of the force experienced by an electrion within an atom. As a tentative hypothesis, I assume for simplicity that the attraction experienced by an electrion approaching an atom varies exactly according to the inverse square of the distance from the centre, as long as the electrion is outside; has no abrupt change when the electrion enters the atom; and decreases to zero simply as the distance from the centre when the electrion, approaching the centre, is within the spherical boundary of the atom. This is just as it would be if the electric virtue of the atom were due to uniform distribution through the atom of an ideal electric substance of which each infinitely small part repels infinitely small portions of

"essentials of Aepinus' theory, and dealing with it according to the "doctrine of Father Boscovich, each atom of ponderable matter is an "electron of vitreous electricity; which, with a neutralizing electrion of "resinous electricity close to it, produces a resulting force on every "distant electron and electrion which varies inversely as the cube of the "distance, and is in the direction determined according to the well-known "requisite application of the parallelogram of forces." It will be seen that I had not then thought of the hypothesis suggested in the present communication, that while electrions permeate freely through all space, whether occupied only by ether or occupied also by the volumes of finite spheres constituting the atoms of ponderable matter, each electrion in the interior of an atom of ponderable matter experiences electric force towards the centre of the atom, just as if the atom contained within it, fixed relatively to itself, a uniform distribution of ideal electric matter.

Kelvin-J.J. Thomson: atomi, vortici e panettoni (II)

- Joseph John Thomson (1856-1940): premio Adams nel 1883 con un saggio sulla teoria degli atomi vortice in cui riprende i risultati sperimentali del fisico americano Alfred M. Mayer (1836-1897, 1878).
  - Sebbene la teoria dell'atomo vortice venga in seguito abbandonata, essa continua a costituire un riferimento alla "immaginazione scientifica" di J.J. Thomson.
  - Dal 1890 parla di "atomi primordiali" come costituenti elementari dei diversi atomi che individuano gli elementi del sistema periodico.
  - Dal 1897 suggerisce che l'atomo sia costituito da un numero elevato di "corpuscoli" tenuti insieme da forze centrali e disposti su anelli concentrici, sulla falsa riga degli esperimenti di Mayer.
  - Nel 1899 dà una prima descrizione qualitativa dell'atomo: "Considero l'atomo costituito da un gran numero di corpi più piccoli che chiamerò corpuscoli [...] In un atomo normale questo insieme di corpuscoli forma un sistema elettricamente neutro. Sebbene i corpuscoli individuali si comportino come ioni negativi, ciononostante quando sono sistemati in un atomo neutro l'effetto negativo è bilanciato da qualcosa che causa un'azione dello spazio in cui i corpuscoli sono disposti come se ci fosse una carica positiva uguale alla somma delle cariche negative dei corpuscoli."
  - Dal 1903 il modello è descritto qualitativamente. Tra il 1904 e il 1909 studia la dinamica delle configurazioni ad anelli dimostrando sotto quali condizioni (geometria e numero di particelle) l'atomo può essere approssimativamente stabile.

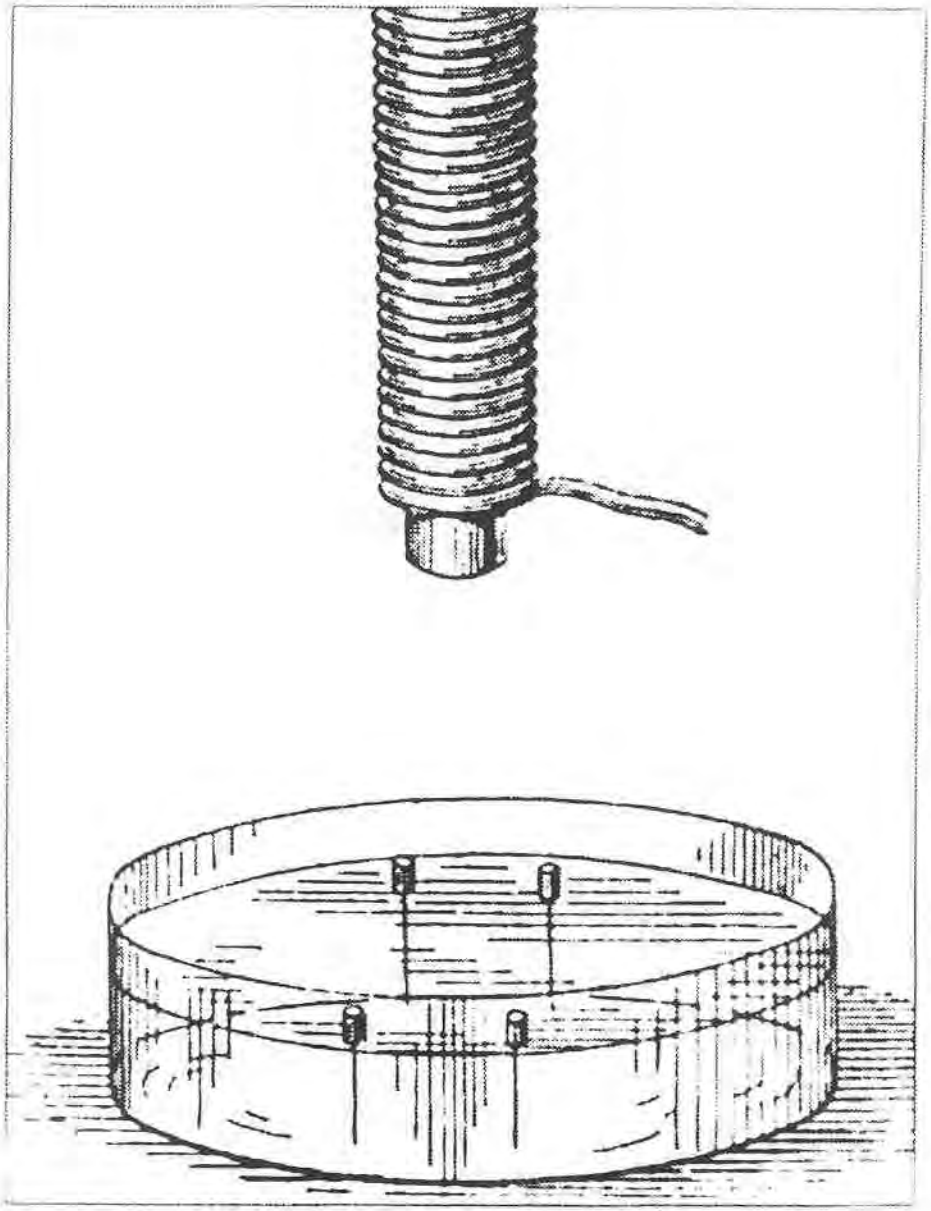


Figure 17.1. *Mayer's floating magnet experiment of 1878.*

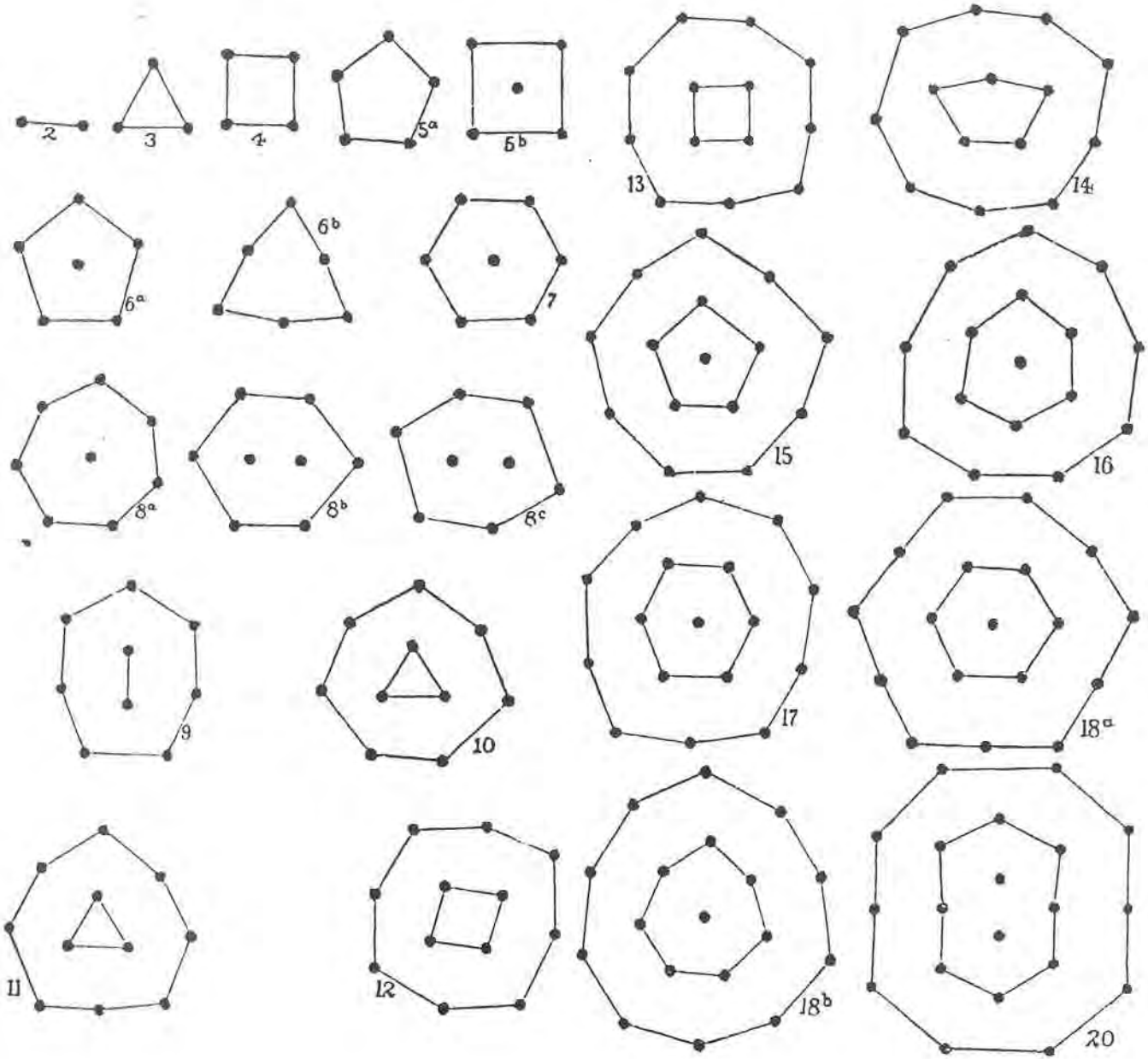


Fig. 1. – Mayer's magnets, from *Am. Journ. Sci.*, **116**, 248-249 (1878). The diagrams were made by pressing a piece of paper against the inked tips of the floating magnets.

Problemi generali dei modelli atomici

1. La natura della carica positiva necessaria a rendere neutro l'atomo e trattenere gli elettroni.

2. Qual è il numero degli elettroni che costituiscono l'atomo.

3. Come ricavare le dimensioni atomiche.

4. Come evitare il collasso per emissione di radiazione da cariche accelerate.

5. Spiegare la forma delle serie spettrali.

6. Identificare i meccanismi che portano alla radiazione spettrale.

Atomi nucleati: Perrin e Nagaoka

- Jean Perrin (1870-1942): introduce qualitativamente nel 1901 il modello di atomo in analogia al “sistema planetario”.

- Hantaro Nagaoka (1865-1950), fisico giapponese, professore di fisica a Tokyo, ha avuto come insegnante l’inglese C. G. Knott (allievo di Tait che trascorse in Giappone gli anni tra il 1883 e il 1896). Tra il 1893 e il 1896 Nagaoka si sposta in Europa, tra il Cavendish e le università di Berlino, Monaco e Vienna. Si deve a Nagaoka la nascita della tradizione giapponese in fisica teorica e sperimentale: tra i suoi allievi e successori alla cattedra di Tokyo ci sono Kotaro Honda, Yosho Nishina e Hideki Yukawa. Il suo modello di “atomo saturniano” (comunicato nel 1903 in Giappone e nel 1904 in Inghilterra) ha come ispiratori:

  – I lavori sperimentali dei coniugi Curie.

  – Il famoso lavoro di Maxwell sugli anelli di Saturno con il quale aveva conseguito il premio Adams nel 1857.

  Ottiene in questo modo alcuni risultati sulla previsione delle righe spettrali, ma il suo modello manifesta problemi di stabilità: la forza nel caso studiato da Maxwell è quella gravitazionale (attrattiva), mentre quella tra gli elettroni è repulsiva.

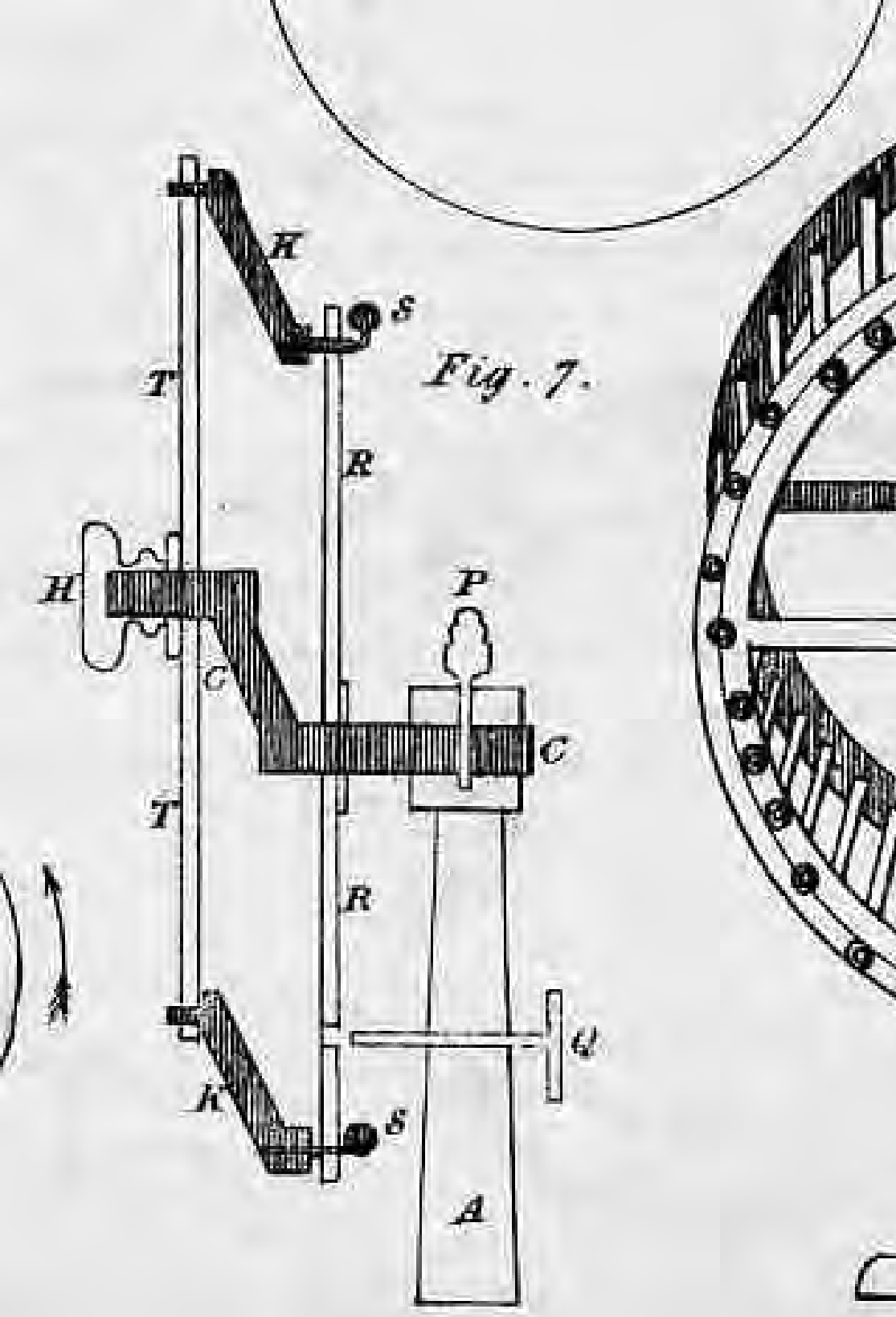


Fig. 7.

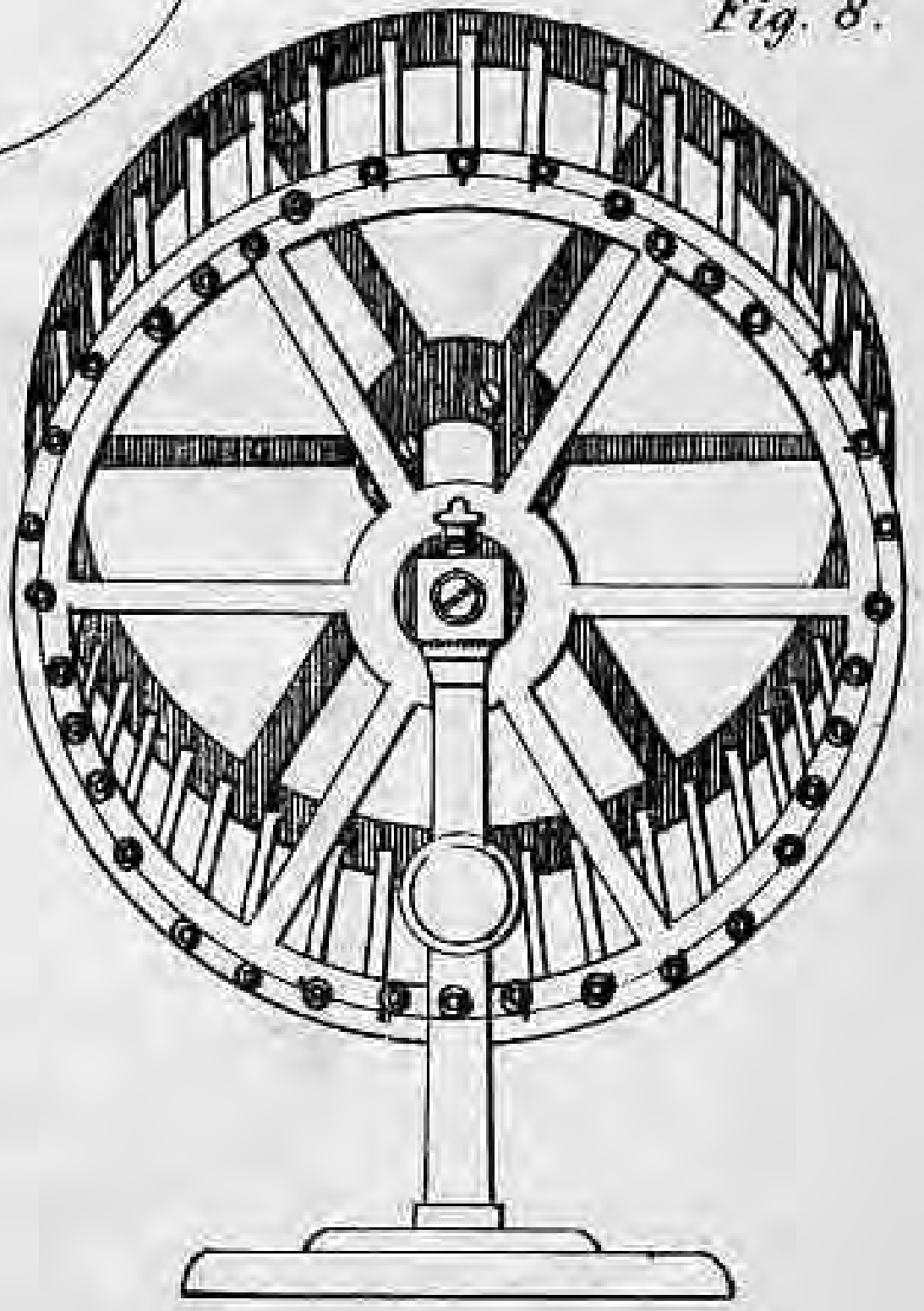


Fig. 8.

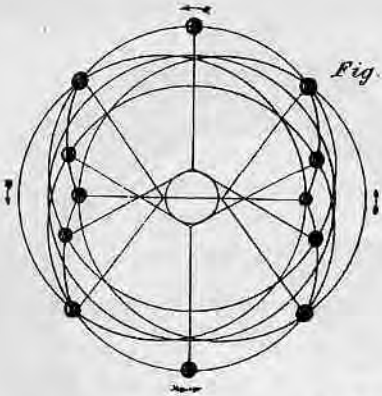


Fig. 9.

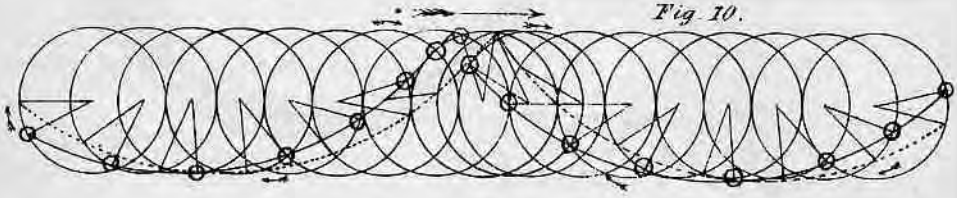


Fig. 10.

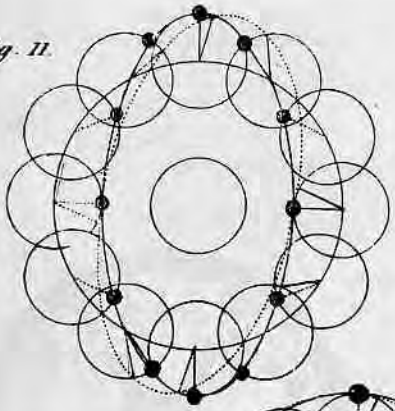


Fig. 11.

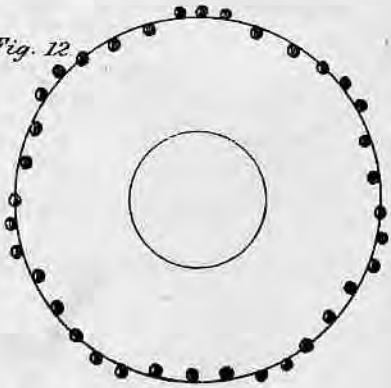


Fig. 12.

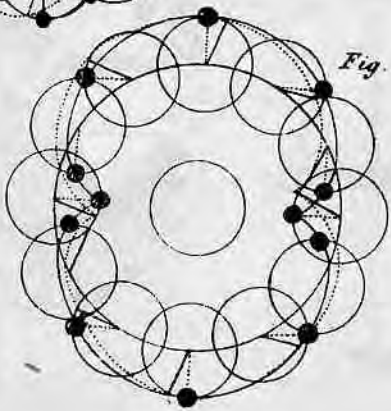


Fig. 13.

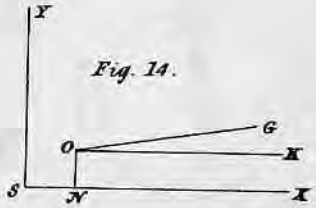
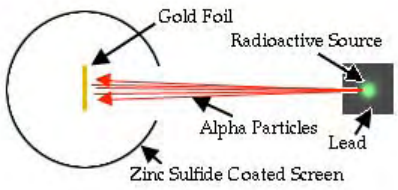
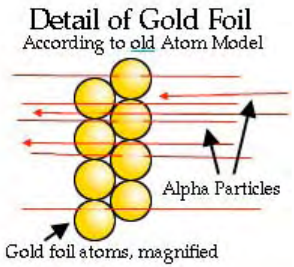


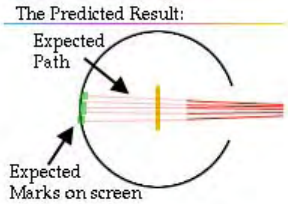
Fig. 14.

SCHEMA DELL'APPARATO SPERIMENTALE



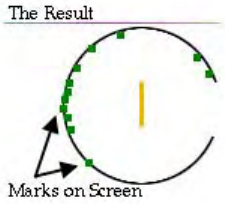
RISULTATO ATTESO

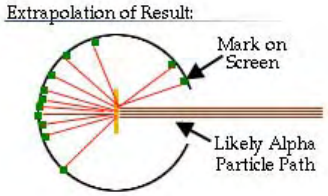


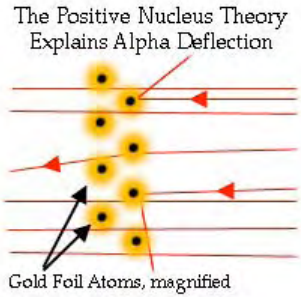


Secondo il modello di Thomson

RISULTATO OTTENUTO

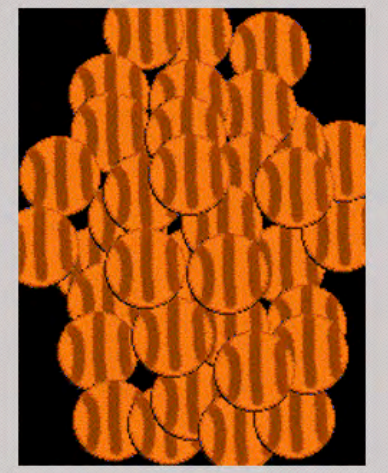




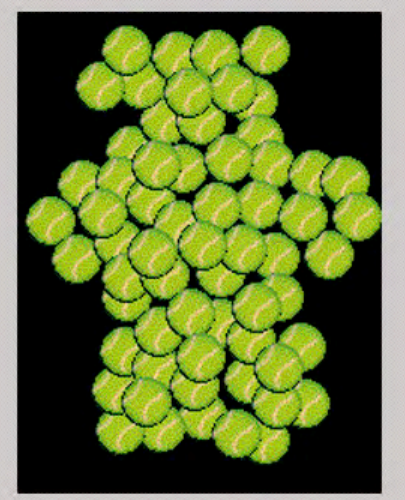


- Aumentando l'energia aumenta la risoluzione. Le particelle possono comportarsi come onde la cui lunghezza d'onda va come l'inverso dell'energia: più piccola è la lunghezza d'onda (più alta è l'energia) maggiore è la risoluzione.
- $E = mc^2$ Una particella di massa *m* può essere "creata" solo se si dispone di abbastanza energia.
- Gli acceleratori si basano su questi due fondamentali caratteri (quantistico e relativistico) degli "oggetti" microfisici e, allo stesso tempo, permettono una loro verifica.

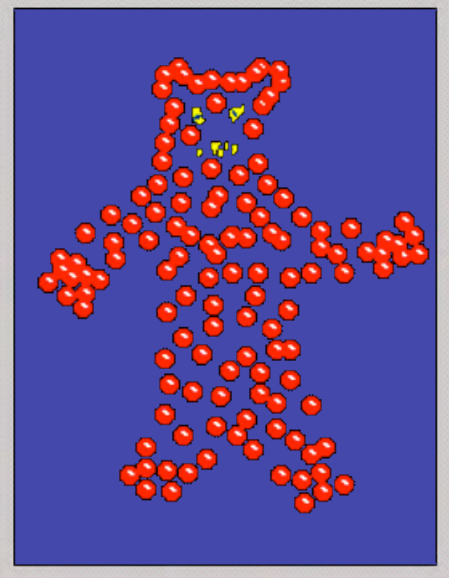
1. PROIETTILE GRANDE, BASSA RISOLUZIONE



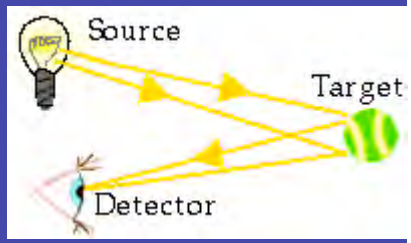
2. PROIETTILE MEDIO, MEDIA RISOLUZIONE

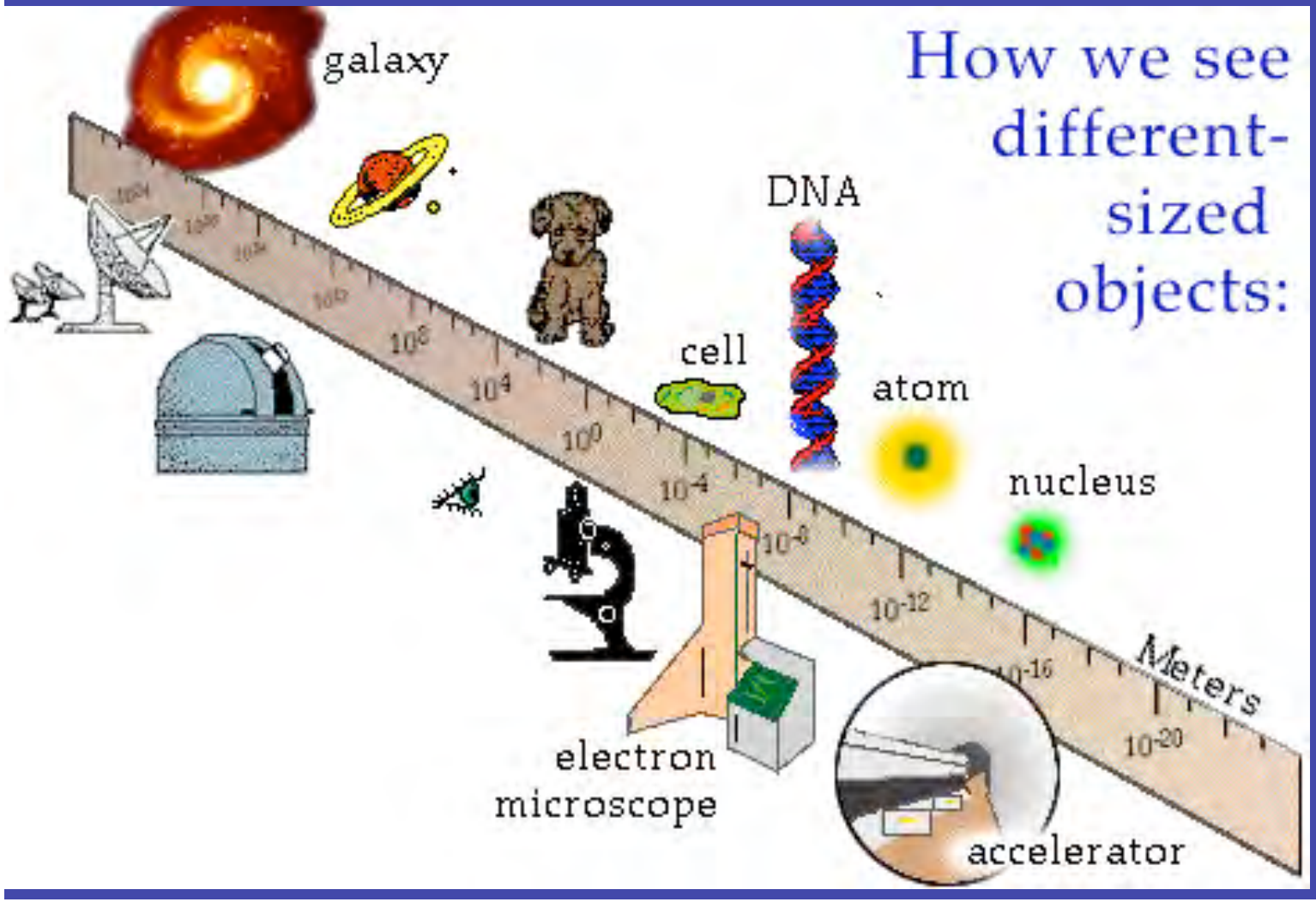


3. PROIETTILE PICCOLO, ALTA RISOLUZIONE



Nonostante i grandi sviluppi della scienza e della tecnica e nonostante le “rivoluzioni” avvenute nei quadri interpretativi, esistono innegabili elementi di continuità ben esemplificati dal modo in cui “vediamo” gli oggetti a scale diverse di grandezza.

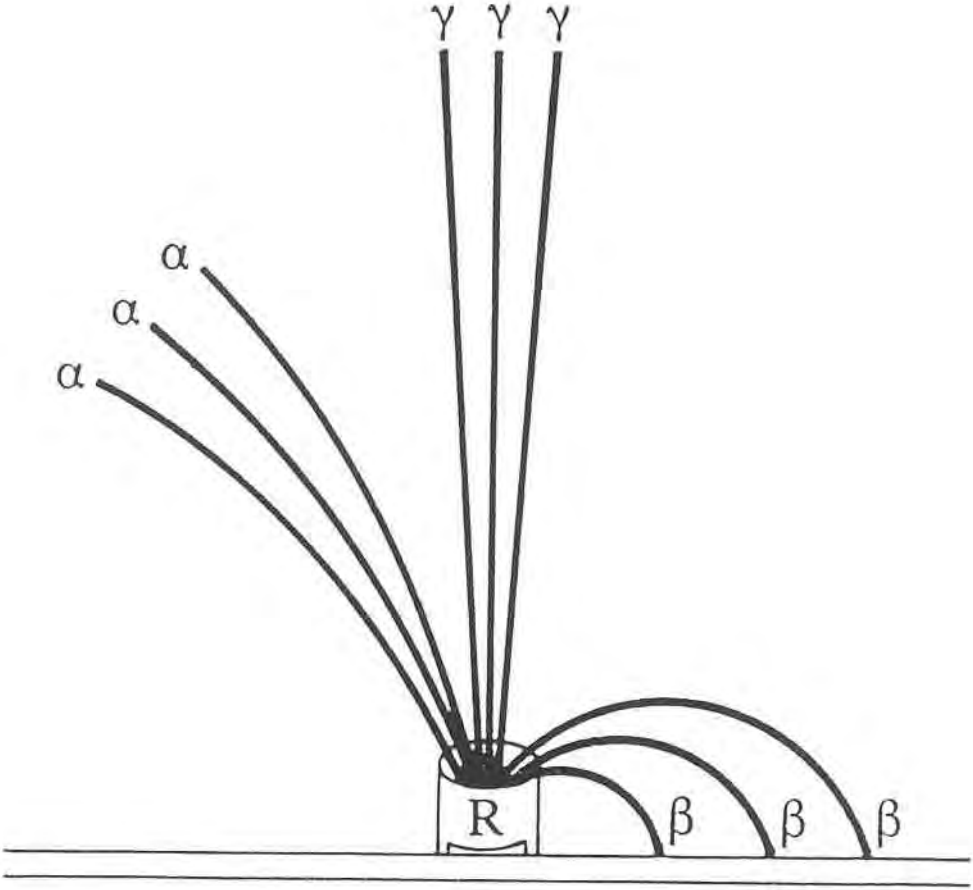




Il metodo della riduzione, il *secare naturam*, ha dimostrato fino ad oggi di funzionare ben al di là della passata distinzione tra fenomeni fisici e biologici.

Radioattività

- Scoperta da Henri Becquerel nel 1896.
- Studiata, in particolare, da Marie (1867-1934) e Pierre Curie (1859-1906), Ernest Rutherford (1871-1937), Frederick Soddy (1877-1956).
- Tappe
  - 1899 (Rutherford) natura **complessa** della radiazione.
  - 1902 (Rutherford-Soddy) origine atomica, necessità di nuove forze della natura.
  - 1903-1904 (Rutherford-Soddy) prime stime della massa delle α.
  - 1905-1908 (Townsend-Rutherford-Geiger [1882-1945]) stima della carica elettrica positiva delle α.
  - 1908-1909-1910 (Geiger e Marsden [1889-1970]) esperimenti di *scattering* delle particelle α.
  - 1911 (Rutherford) la scoperta del nucleo atomico.


γ γ γ
α
α
α
R
β
β
β

Spettri, atomi e quanti: i precursori di Bohr (I)

- **J.J. Balmer** (1825-1898): “Non era un matematico ispirato - scrive A. Hagenbach (citato in Pais, *Inward Bound*, p. 204 - né un sottile sperimentatore, era piuttosto un architetto [...] Vedeva l’intero universo, natura e arte, come un’unica grande armonia, e aspirava a comprenderne le relazioni armoniche grazie ai numeri”. Pubblicò solo tre articoli di fisica in età avanzata. Nel 1885 con sole quattro frequenze a disposizione scoperte da Ångström ricava la formula corretta per lo spettro dell’atomo d’idrogeno. In formulazione moderna $\nu_{nm} = R(1/m^2 - 1/n^2)$, con $m = 1, 2, 3, ...$, n intero maggiore di m, $R = 3,29163\ 10^{15}$ s^{-1} (oggi $R = 3,28984186\ 10^{15}$ s^{-1}).

  All’epoca dell’articolo di Bohr del 1913, la “numerologia spettrale” aveva prodotto non meno di dodici formule spettrali, delle quali sopravvive solo quella di Balmer.

- Due precursori della quantizzazione di Bohr: **Arthur Erich Haas** (1884-1941) e **John William Nicholson** (1881-1955).

I precursori di Bohr: Haas (I)

Arthur Erich Haas (1884-1941), fisico viennese, nel 1910 propone di quantizzare il modello di Thomson. Studia il moto di un singolo elettrone che descrive un'orbita periodica sulla superficie di una sfera di carica positiva e raggio r. L'attrazione elettrica è controbilanciata dalla forza centrifuga [$e^2/r^2 = m(2\pi\nu)^2 r$], per cui la frequenza di rivoluzione è:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{e^2}{mr^3}}. \tag{3}$$

Nel 1910, come sottolinea Heilbron, chi aveva trovato una frequenza in un certo modello per quantizzare il modello moltiplicava la frequenza per h e la uguagliava a una opportuna energia. Per Haas l'energia era l'energia potenziale dell'elettrone (l'analogo dell'energia posseduta da un oscillatore di Planck di ampiezza r nel punto di massima elongazione):

$$h\nu = |E_{pot}| = \frac{e^2}{r} \quad [E_{cin} = \frac{1}{2}m(2\pi\nu r)^2 = \frac{e^2}{2r}]. \tag{4}$$

Utilizzando la (3) e la (4) Haas ricava alcune relazioni tra costanti di natura (h, e, R) e grandezze legate al modello (r e ν):

$$h = 2\pi e\sqrt{mr}, \tag{5}$$

$$e^5 = \frac{h^3\nu}{4\pi^2}\left(\frac{e}{m}\right). \tag{6}$$

I precursori di Bohr: Haas (II)

Haas non faceva menzione né all'instabilità del suo modello né al problema degli spettri, preoccupato eminentemente dal confronto tra i valori da lui ottenuti per le varie costanti e i dati fenomenologici. Emblematico in questo senso era il valore da lui ricavato dalla (6) per e sostituendo per ν un opportuno valore limite della serie di Balmer: otteneva in tal modo $e = 3.1\ 10^{-10}$ esu, in accordo con i dati delle migliori misure fatte (al Cavendish Lab) in quegli anni, ma in disaccordo con quelli di Planck e Rutherford.

Certo è che il modello di Haas incontra l'interesse di Lorentz che lo illustra al primo Congresso Solvay del 1911. Questo Congresso, promosso da Nernst, faceva il punto sulla nuova situazione che l'avvento della costante h aveva creato nella ricerca fisica (gli atti si intitolano "La teoria della radiazione e i quanti"). Quando, in quell'occasione, Lorentz richiama l'attenzione sulla relazione ottenuta da Haas tra h e quantità meccaniche a livello atomico, Sommerfeld osserva che sebbene sia possibile mettere in relazione in molti modi h con parametri atomici, egli preferisce "un'ipotesi generale su h piuttosto che modelli particolari di atomi". Lorentz allora replica: *"Tu non neghi che esista una qualche relazione tra la costante h e le dimensioni atomiche (sfere positive di Thomson). Si può esprimere questo in due modi: uno dice, con Haas, che h è determinata da queste dimensioni; l'altro attribuisce agli atomi dimensioni che dipendono dal valore di h. Non vedo nessuna gran differenza"*.

Bohr, che cita Haas nella prima delle tre parti del suo lavoro del 1913, ottiene il risultato generale proprio invertendo il ragionamento di Haas: h è la quantità fondamentale nella determinazione della struttura atomica [Bohr si muove nel modello di Rutherford, mentre Haas in quello di Thomson ed è quindi convinto che r sia il dato fenomenologico su cui basare la giustificazione di h]

I precursori di Bohr: Nicholson

- **John William Nicholson** (1881-1955) - fisico matematico - si trova in quegli anni a Cambridge. In una serie di articoli tra il 1911 e il 1912 Nicholson interpreta certe linee osservate negli spettri stellari come il risultato di oscillazioni trasversali nelle orbite di rotazione degli elettroni intorno al nucleo. A partire da una frequenza orbitale ν generica, Nicholson calcola nel suo modello le frequenze delle oscillazioni trasversali: almeno fino a cinque elettroni i moti oscillatori trasversali sono stabili se le frequenze sono multipli interi di ν; nel caso di quattro elettroni per una particolare scelta di ν le frequenze dei moti trasversali corrispondono esattamente a molte frequenze emesse da alcune nebulose ($\rightarrow$ "nebulio"), mentre modelli atomici ulteriormente ionizzati (2 elettroni) corrispondono ad alcune righe dello spettro della corona solare (($\rightarrow$ "coronio").

- I calcoli di Nicholson, oltre a indurlo alle sue congetture di nuovi elementi ritenute abbastanza "insensate", lo portano a concludere in favore della quantizzazione del momento angolare per gli elettroni che compiono oscillazioni trasverse: "È possibile sostenere - scrive nel suo terzo articolo del giugno del 1912 - un'altra interpretazione della teoria di Planck, che può essere brevemente indicata. Poiché la parte variabile dell'energia di un sistema atomico della forma descritta è proporzionale a $mnr^2\omega^2$ [n numero degli elettroni, $\omega = 2\pi\nu$], il rapporto tra energia e frequenza è proporzionale a $mnr^2\omega$, o $mnrv$, che è il momento angolare totale dell'elettrone intorno al nucleo. Se quindi la costante h di Planck ha, come Sommerfeld ha suggerito, un significato atomico, essa può significare che il momento angolare di un atomo può aumentare o diminuire solo per quantità discrete [pari ad $h/2\pi$] quando l'elettrone sale o scende. Si vede subito che questa interpretazione presenta meno difficoltà alla mente della interpretazione più usuale, che si crede implichi una costituzione atomica della stessa energia."

L'atomo di Niels Bohr (1885-1962) I

Nello stesso anno del primo Congresso Solvay Bohr discute la tesi di dottorato ("Studi sulla teoria elettronica dei metalli") nella quale solleva già dubbi sulla possibilità di spiegare i fenomeni di radiazione nell'ambito della usuale teoria elettromagnetica.

Indipendentemente da Haas, Bohr avvia nel 1912 il suo approccio alla "costituzione degli atomi e delle molecole" in quello che è oggi noto come "Rutherford Memorandum" (un nome attribuitogli da Heilbron e Kuhn, *The Genesis of the Bohr Atom*, HSPS, 1, 1969, pp. 211-290). Ma il suo incontro con il problema dell'interpretazione degli spettri (cioè con il problema della descrizione degli atomi in stati eccitati) è successivo al Memorandum e influenzato dai contributi di Nicholson.

Bohr aveva ormai chiaro che il valore e le dimensioni di h, unitamente a quelle della carica elettrica e della massa dell'elettrone, erano la chiave per determinare le dimensioni atomiche e le frequenze. La soluzione si basa su due ipotesi:

- La meccanica classica vale ancora per la trattazione degli stati stazionari di un sistema formato da un elettrone rotante intorno a un nucleo di carica positiva (ma nello stato fondamentale o "permanente" gli elettroni non irradiano).

- La teoria classica non è applicabile per descrivere i processi di transizione tra stati stazionari.

“Una generale evidenza - scrive Bohr nel suo primo articolo della trilogia del 1913 - *indica che l’atomo di idrogeno è costituito semplicemente da un singolo elettrone ruotante intorno a un nucleo positivo di carica e”.*

<u>L’atomo di Bohr</u>

Le acquisizioni di partenza e i risultati fondamentali sono sintetizzati nelle seguenti relazioni:

(A) $\frac{e^2}{r^2} = m(2\pi\nu)^2 r \, (= m\frac{v^2}{r})$ [Condizione classica di equilibrio].

(B) $E_{cin} = \frac{h}{2} n\nu$ con $n = 1, 2, 3...$ [Condizione di quantizzazione già inclusa nel Memorandum con un’incertezza sull’esatta espressione della costante di proporzionalità in funzione di h. Per questa espressione Bohr fornisce in diversi momenti tre giustificazioni: (1) una media sulle frequenze; (2) accordare le frequenze di rotazione a quelle di radiazione per vibrazioni lente (alti numeri quantici); (3) in Planck è l’energia totale dell’oscillatore ad essere quantizzata: $E_{tot} = nh\nu$ ma l’energia cinetica media e potenziale media sono $1/2$ quella totale. Queste deduzioni sono legate a prime versioni di quello che diventerà il “principio di corrispondenza”].

(C) Da (B) discende la quantizzazione del momento angolare: $L = mr^2\omega = mr^2 2\pi\nu = n\hbar$ (“La probabile importanza del momento angolare nella discussione dei sistemi atomici in relazione alla teoria di Planck è sottolineata da Nicholson” scrive Bohr).

(D) Dalle precedenti relazioni consegue: $r_n = \frac{n^2\hbar^2}{me^2}$ per il raggio, $E_n = -\frac{me^4}{2n^2\hbar^2}$ per l’energia. Nella transizione da uno stato di energia n più alto a uno di energia m più basso viene emessa un’energia pari a $E_n - E_m = h\nu_{nm}$ [postulato quantistico per l’emissione e l’assorbimento] da cui:

$$\nu_{nm} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \tag{7}$$

From the PHILOSOPHICAL MAGAZINE *for July* 1913.

On the Constitution of Atoms and Molecules.

By N. BOHR, *Dr. phil. Copenhagen* *.

Introduction.

IN order to explain the results of experiments on scattering of α rays by matter Prof. Rutherford † has given a theory of the structure of atoms. According to this theory, the atoms consist of a positively charged nucleus surrounded by a system of electrons kept together by attractive forces from the nucleus; the total negative charge of the electrons is equal to the positive charge of the nucleus. Further, the nucleus is assumed to be the seat of the essential part of the mass of the atom, and to have linear dimensions exceedingly small compared with the linear dimensions of the whole atom. The number of electrons in an atom is deduced to be approximately equal to half the atomic weight. Great interest is to be attributed to this atom-model; for, as Rutherford has shown, the assumption of the existence of nuclei, as those in question, seems to be necessary in order to account for the results of the experiments on large angle scattering of the α rays ‡.

In an attempt to explain some of the properties of matter on the basis of this atom-model we meet, however, with difficulties of a serious nature arising from the apparent

* Communicated by Prof. E. Rutherford, F.R.S.

† E. Rutherford, Phil. Mag. xxi. p. 669 (1911).

‡ See also Geiger and Marsden, Phil. Mag. April 1913.

L'atomo di Bohr III: spigolature dalla "grande trilogia"

- Generalizzazione della (7) al caso di atomi con un nucleo di carica Ze. Si ha: $R = \dfrac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{h^3}$. Anche se l'accordo con i dati sperimentali era buono, sorgeva comunque un problema: era noto che il rapporto R_{He}/R_H tra le costanti di Rydberg di He e di H non era 4 ma $4,0016$. Bohr, in una lettera su *Nature*, dimostra che sostituendo a m il valore della massa ridotta [$mM/(m+M)$], e considerando che la massa del nucleo di He = quattro volte quella del nucleo di H, si otteneva $4,00163$ in perfetto accordo con i dati sperimentali.

- Interpretazione dei risultati degli esperimenti di James Frank (1882-1964) e Gustav Hertz (1887-1975), che a partire dal 1911 – utilizzando un suggerimento di Johannes Stark (1874-1957) che attribuiva le righe spettrali a ionizzazioni con la condizione $eV = h\nu$ – stavano cercando verifiche del legame tra ipotesi quantistica e energie necessarie agli elettroni liberi per ionizzare atomi di un gas. Gli esperimenti del 1914 (per i quali vincono il Nobel nel 1925) vengono interpretati inizialmente da Frank e Hertz come una confutazione della teoria di Bohr: la risonanza dovrebbe avvenire **prima** della ionizzazione. Bohr puntualizza gli errori interpretativi commessi (1915) e nel giro di pochi anni questi esperimenti diventano una delle conferme più evidenti del modello di Bohr (1919).

LETTERS TO THE EDITOR.

[*The Editor does not hold himself responsible for opinions expressed by his correspondents. Neither can he undertake to return, or to correspond with the writers of, rejected manuscripts intended for this or any other part of* NATURE. *No notice is taken of anonymous communications.*]

The Spectra of Helium and Hydrogen.

RECENTLY Prof. Fowler (Month. Not. Roy. Astr. Soc., December, 1912) has observed a number of new lines by passing a condensed discharge through mixtures of hydrogen and helium. Some of these lines coincide closely with lines of the series observed by Pickering in the spectrum of the star ζ Puppis, and attributed to hydrogen in consequence of its simple numerical relation to the ordinary Balmer series. Other lines coincide closely with the series predicted by Rydberg and denoted as the principal series of the hydrogen spectrum. The rest of the new lines show a very simple relation to those of the latter series, but apparently have no place in Rydberg's theory.

From a theory of spectra (*Phil. Mag.*, July, 1913) based on Rutherford's theory of the structure of atoms and Planck's theory of black-radiation, I have been led to the assumption that the new lines observed by Fowler are not due to hydrogen, but that all the lines are due to helium and form a secondary helium spectrum exactly analogous to the ordinary hydrogen spectrum. This view is supported by recent experiments of Mr. Evans (NATURE, September 4, p. 5), who observed the line 4686 in a helium tube not showing the ordinary hydrogen lines. Prof. Fowler (NATURE, September 25, p. 95), on the other hand, brings for-

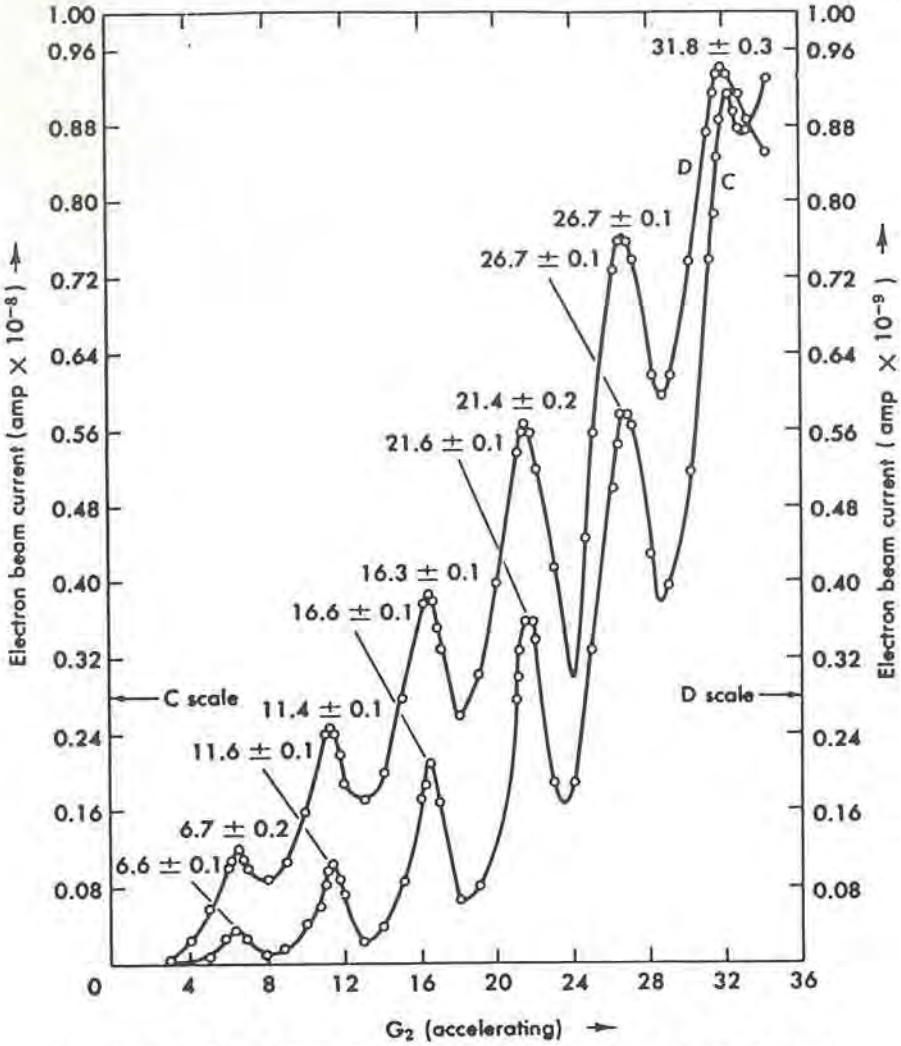


FIG. 1.10 Plot of beam current versus accelerating voltage in Frank-Hertz experiment. Curve C (left-hand scale) is obtained with the filament set at 2.5 volts while Curve D (right-hand scale) with filament at 1.85 volts.

A. C. Melissinos, Experiments in Modern Physics, Academic Press, 1966

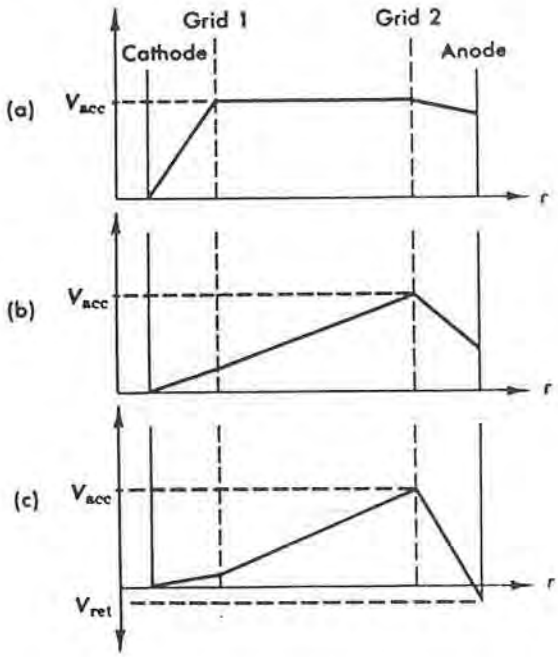


FIG. 1.5 Different configurations of the potential in a Frank-Hertz arrangement. (a) For observation of single excitation. (b) For observation of multiple excitation. (c) For measuring the ionization potential.

[25 lec]

Accoglienza

- Il 13 settembre 1913 si legge sul *Times*: “Dibattito generale sulla radiazione ... una accesa battaglia tra i seguaci di Young e Fresnel, Maxwell e Hertz, da un lato, e i rivoluzionari discepoli di Planck, Einstein e Nernst dall’altro ... Sir J.J. Thomson con la sua voce autorevole e la geniale presenza ha sostenuto, come al solito, una delle sue tipiche interpretazioni indipendenti... grande delizia degli spettatori... quando il prof. Lorentz ha sottolineato che il modello di atomo proposto da Sir Joseph Thomson era ingegnoso – e non avrebbe potuto essere altrimenti – ma il punto era se rappresentasse la verità, un punto che è sembrato venir in mente agli spettatori nello stesso momento che al ridente professore di Cambridge”. In altra pagina si dava poi conto per la prima volta del lavoro scientifico di Bohr.

Sviluppi succesivi I

"Uno dei visitatori di Bohr nota appeso all'ingresso della sua casa di campagna un ferro di cavallo. Sorpreso gli chiede se veramente crede che questo possa portargli fortuna. 'Certamente no', gli risponde Bohr, 'ma mi hanno detto che funziona anche se non ci si crede'. La vecchia meccanica quantistica tra il 1900 e il 1925 aveva molti punti in comune con quel ferro di cavallo." (Pais, Inward Bound, p. 210)

- Come aveva già osservato Michelson nel 1892, guardate con poteri risolutivi maggiori le righe dell'atomo di H mostrano una "struttura fine", ovvero si presentano come doppietti di righe molto vicine. Nel 1914 era ormai chiaro che la formula di Balmer non era esatta. Arnold Sommerfeld (1868-1951) cominciando a studiare il problema tra il 1914 e il 1915 introduce come "nuova abbreviazione" il simbolo

$$\alpha = \frac{2\pi e^2}{hc} \text{ [oggi nota come costante di struttura fine].} \tag{8}$$

- Inverno 1914-15 $\rightarrow$ Sommerfeld calcola le orbite relativistiche per gli atomi idrogenoidi e Paschen, a conoscenza di questi studi, inizia le sue indagini sperimentali (in particolare su He^+).

- Gennaio 1915 $\rightarrow$ Bohr introduce l'espressione relativistica per l'energia degli elettroni su orbite circolari e ottiene correzioni dell'ordine di α^2 alla formula di Balmer. Ordine di grandezza esatto ma correzioni incomplete.

- Gennaio 1916 $\rightarrow$ Sommerfeld annuncia la sua formula per la struttura fine, citando i risultati di Paschen a conferma.

Sviluppi succesivi II: la 'teoria di Bohr-Sommerfeld'

- Già nel 1913 Paul Ehrenfest (1880-1933) nei suoi tentativi di trovare un significato di h nello spazio delle fasi stabiliva relazioni tra domini elementari (q, p) e aree finite di valore h sotto forma di integrali del tipo $\int\int \mathrm{d}q\,\mathrm{d}p = h$.

- Partendo dalla descrizione di **orbite ellittiche**, Sommerfeld generalizza le condizioni di quantizzazione di Bohr. Se r e ϕ sono le coordinate polari dell'elettrone rispetto al nucleo, si ha:

$$J_r = \oint p_r \mathrm{d}r = n_r h\,,\ n_r = 0, 1, 2... \tag{9}$$

$$J_\phi = \oint p_\phi \mathrm{d}\phi = kh\,,\ n_\phi = 1, 2, 3... \tag{10}$$

  dove p_r è il momento associato con la coordinata r e p_ϕ il momento angolare dell'elettrone.

- Formulando la descrizione in termini relativistici si nota che la variazione della massa dell'elettrone è maggiore in vicinanza del nucleo (energia cinetica grande). Questo effetto è massimo al perielio e dà luogo a quella che è nota come precessione del perielio (in analogia a quanto avviene per Mercurio nel sistema planetario). È proprio questa 'perturbazione' relativistica che permette a Sommerfeld di generalizzare la formula di Balmer:

$$E_{n,k} = -R\left[\frac{Z^2}{n^2} + \frac{\alpha^2 Z^4}{n^3}\left(\frac{1}{k} - \frac{3}{4n}\right)\right] + O(\alpha^4) \tag{11}$$

  (con $n, k = 1, 2, 3...$). **Due 'errori' (assenza dello spin e trattazione relativistica approssimata) si compensano dando i giusti risultati**.

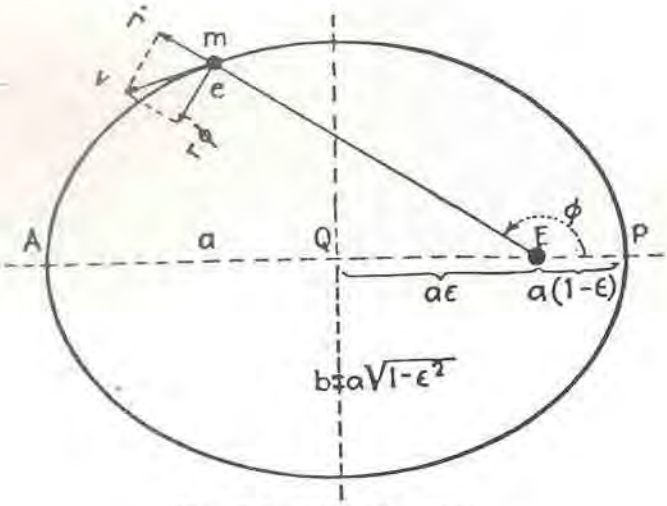


FIG. 21 —Elliptic orbit.

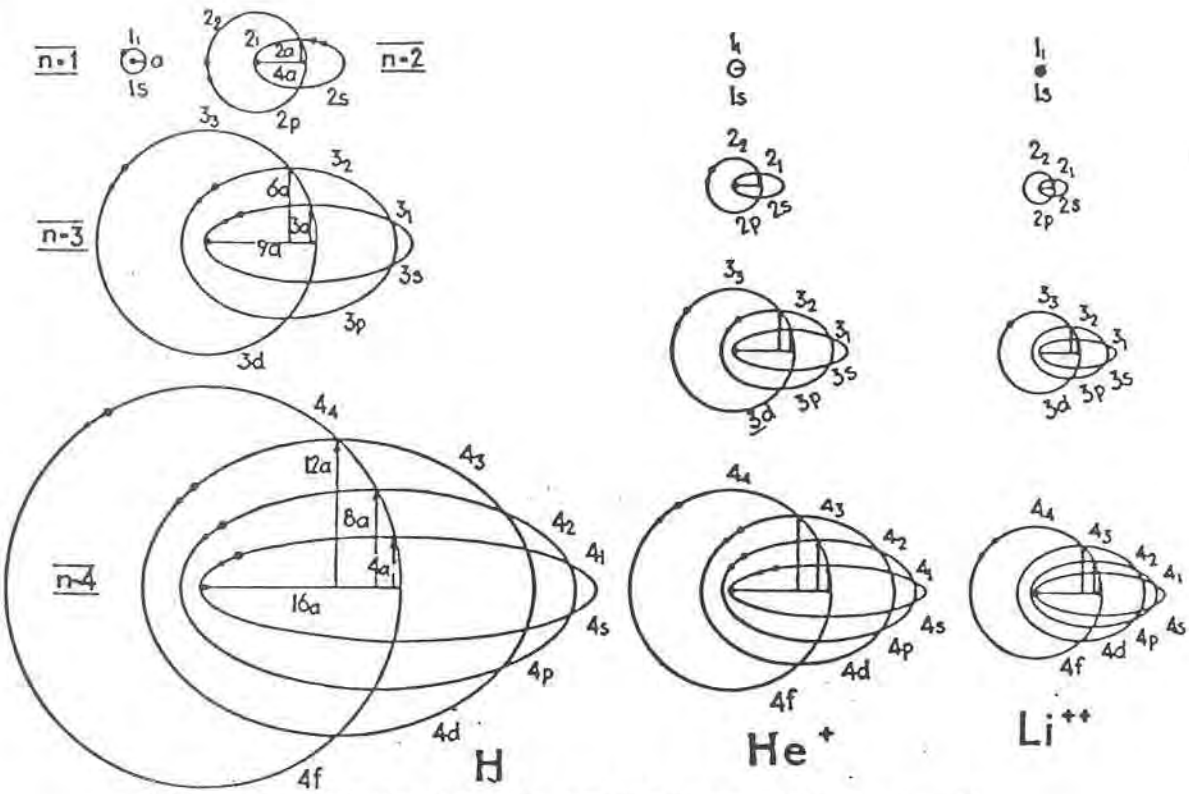
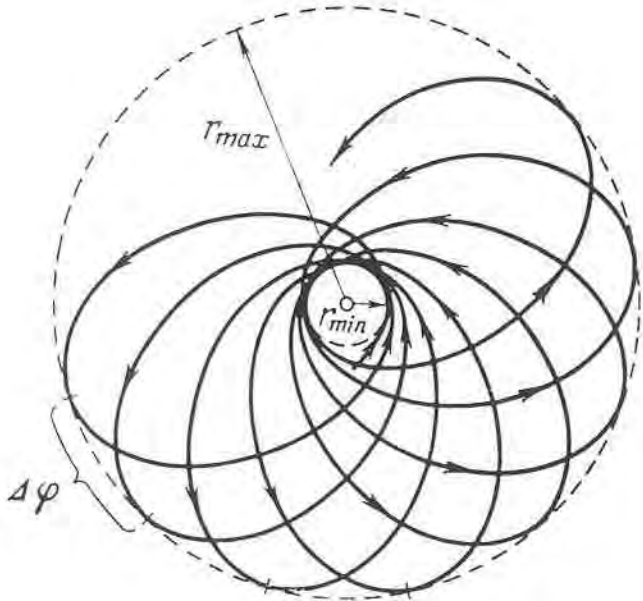


FIG. 23 —Relative dimensions of the Sommerfeld elliptic orbits.



Sviluppi succesivi III: la 'teoria di Bohr-Sommerfeld' e oltre

- k nella (11) è legato al numero quantico l del momento angolare orbitale dalla relazione $k = l + 1$. La struttura fine è quindi determinata dagli effetti relativistici che rimuovono la degenerazione in l caratteristica delle teorie non relativistiche di stati in un potenziale $1/r$.

- Necessità di **regole di selezione** $\rightarrow$ (ad hoc) $\triangle l = \pm 1$. Riduzione delle righe possibili ma non ancora accordo con i dati sperimentali.

- **Quantizzazione spaziale**: $\oint p_\theta \mathrm{d}\theta = hm$, proiezione sull'asse 'polare' (individuata per esempio da un campo magnetico esterno) del momento angolare. Conferma tra il 1921 e il 1922 da parte di Otto Stern (1888-1969) e Walther Gerlach (1889-1979).

- I problemi sollevati dall'effetto Zeeman anomalo e dall'effetto Paschen-Bach (spettri atomici in campi magnetici di intensità crescente). Stimolano l'introduzione:

  - di ulteriori adattamenti del modello di Bohr-Sommerfeld da parte di Alfred Landé (1888-1975).

  - dello spin (1925) da parte di George Eugene Uhlenbeck (1900-1988) e Samuel Abraham Goudsmith (1902-1978) [l'idea di un quarto numero quantico era di Pauli]. $k = j + 1/2$ quindi j è semintero, e le **regole di selezione** $\rightarrow$ (ad hoc) $\triangle j = 0, \pm 1$ corrispondono alle righe osservate. Un calcolo semiclassico li convince che la (11) resta invariata.

- Solo con l'equazione di Dirac (1928) il problema della derivazione dei livelli di struttura fine può dirsi risolto.

- Aneddotica sul (presunto) valore della costante di struttura fine $1/\alpha = 137$, successivamente corretto in $\approx 137,036$.

Onde e particelle: un'altra strada

- Il **fotone** [il nome è introdotto da Gilbert Lewis, chimico di Berkeley, nel 1926 e subito entrato nel linguaggio: il quinto Congresso Solvay del 1927 ha infatti per tema "elettroni e fotoni"].
  I contributi di Einstein:
  1. La storia inizia con due lavori di Einstein del 1905 e 1906 in cui si propone per la prima volta il quanto di luce. Seguono tre anni e mezzo di silenzio durante i quali Einstein continua a riflettere sul problema della radiazione.
  2. Nel 1909 due ulteriori articoli. Evidenzia il conflitto tra teoria della radiazione basata sulla teoria ondulatoria classica e "il punto di vista della teoria newtoniana dell'emissione": "Ho già cercato in precedenza di mostrare che le basi attuali della teoria della radiazione vanno abbandonate... È mia convinzione che la prossima fase di sviluppo della fisica teorica ci condurrà a una concezione della luce che potrà essere interpretata come una sorta di fusione della teoria ondulatoria e di quella dell'emissione... La struttura ondulatoria e quella quantistica non vanno considerate mutuamente incompatibili".
  3. Negli anni seguenti è assorbito dalle ricerche sulla relatività generale, ma nel 1916 riprende il problema della radiazione con un articolo nel quale tratta delle interazioni tra un gas di molecole e la radiazione elettromagnetica (assorbimento e emissione indotte + emissioni spontanee), costruendo le basi per una futura relazione tra radiazione di corpo nero e teoria spettrale di Bohr. In due successivi articoli si definisce infine anche la quantità di moto $h\nu/c$ [già ipotizzata da Stark nel 1909]: energia e quantità di moto (con la sua direzione) sanciscono l'ingresso di una nuova 'particella'.

- **Arthur H. Compton** (1892-1962) e **Peter Debye** (1884-1966) deducono indipendentemente la cinematica relativistica della diffusione fotone-elettrone (1923).

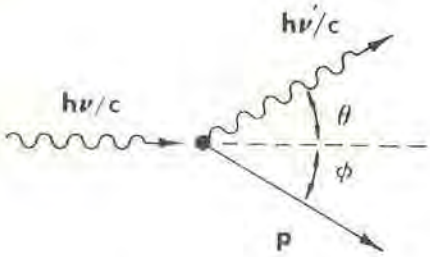


FIG. 6.8 Compton scattering of a photon from a free electron.

$h\nu'$, $\mathbf{h\nu'}/c$ the energy and momentum of the photon after the scattering. The three vectors $\mathbf{h\nu}/c$, $\mathbf{h\nu'}/c$, and $\mathbf{p}$ must lie on the same plane, and energy conservation yields

$$h\nu + mc^2 = h\nu' + \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \tag{3.1}$$

From momentum conservation we obtain

$$h\nu = h\nu' \cos\theta + cp \cos\phi \tag{3.2}$$

$$0 = h\nu' \sin\theta + cp \sin\phi \tag{3.3}$$

Here θ is the photon scattering angle, and ϕ the electron recoil angle. To solve the above equations we transpose appropriately, square, and add Eq. 3.2 and Eq. 3.3 to obtain

$$h^2\nu^2 - 2h^2\nu\nu' \cos\theta + h^2\nu'^2 = c^2p^2$$

while by squaring Eq. 3.1,

$$h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' + 2hmc^2(\nu - \nu') = c^2p^2$$

which by subtraction yields

$$\frac{\nu - \nu'}{\nu\nu'} = \frac{h}{mc^2}(1 - \cos\theta) \tag{3.4}$$

We can recast Eq. 3.4 into two more familiar forms: (a) to give the shift in wavelength of the scattered x-ray beam:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \tag{3.5}$$

or (b) to give the energy of the scattered photon:

$$E' = \frac{E}{1 + (E/mc^2)(1 - \cos\theta)} \tag{3.6}$$

From Eq. 3.5 we see that the shift in wavelength, except for the angular dependence, is a constant, the Compton wavelength†

$$h/mc = 2.42 \times 10^{-10}\ \text{cm} = 0.0242\ \text{Å}$$

I calori specifici

- **Einstein** (1907): “Se la teoria della radiazione di Planck centra il nocciolo del problema, possiamo aspettarci di riscontrare in altri campi della teoria termica contraddizioni con l’attuale teoria [...] ed i dati sperimentali, contraddizioni che possono essere eliminate con l’indirizzo che abbiamo appena imboccato”. Passi compiuti: (1) ipotesi di quantizzazione delle oscillazioni molecolari; (2) dimostrazione di quello che in seguito sarà chiamato congelamento dei gradi di libertà; (3) deduzione di una prima formula(“approssimazione grossolana”) relativa ad un’unica oscillazione propria.

- **Hermann Walther Nernst** (1864-1941): il terzo principio della termodinamica (1906) “nell’avvicinarsi allo zero assoluto l’entropia tende ad assumere un valore costante (indipendente dalla pressione, fase, ecc.)”.

- **Peter Debye** (1912) teoria in cui si considera lo spettro di tutte le oscillazioni presenti in un corpo.

- Inpindentemente **Max Born** (1882-1970) e Theodor von Kárman (1881-1963) introducono anch’essi una teoria generale dei calori specifici.

Il problema della causalità

- Rutherford (lettera a Bohr del 1913): “Colgo all’apparenza una grave difficoltà nella tua ipotesi che non dubito tu abbia ben presente, e cioè come fa un elettrone a decidere con quale frequenza sta vibrando e quando passa da uno stato all’altro? Mi sembra che avresti dovuto assumere che l’elettrone conosca prima dove sta andando a fermarsi.” Un problema che è anche connesso con la nozione di vita media introdotta da Rutherford nel 1900 da lui mai menzionato.

- Una volta introdotto il momento del fotone (quindi anche la sua direzionalità) Einstein si domanda “come fa il fotone a sapere in quale direzione muoversi?”. “Il fatto di affidare al caso l’istante e la direzione dei processi elementari” è “un punto debole della teoria”, “Che cosa determina l’istante in cui il fotone viene emesso spontaneamente? Che cosa decide in quale direzione andrà?”.

- Il carattere casuale degli eventi spontanei continua a tormentare Einstein. Lettera a Besso del 1917 “Sento che finora il vero indovinello di cui l’eterno inventore di enigmi ci ha fatto dono non è stato affatto compreso”. E a Born nel 1920 “La faccenda della causalità tormenta molto anche me. L’assorbimento e l’emissione di quanti di luce possono essere intesi nel senso richiesto da una causalità assoluta, o esiste uno scarto statistico? Devo confessare che mi manca il coraggio di una convinzione; tuttavia mi dispiacerebbe moltissimo dover rinunciare alla causalità assoluta”.

La meccanica quantistica

Lo stato delle cose nel 1924-25

- **Due campi**: gravitazionale e elettromagnetico.
- **Tre forze**: gravitazionale, elettromagnetica e nucleare.
- **Tre particelle**: elettrone, fotone e protone.
- **Due strade**: particelle e onde.

La scoperta del protone

Già nel 1914 Rutherford si riferiva al nucleo dell'atomo di idrogeno chiamandolo "elettrone positivo", nella convinzione che esso dovesse svolgere un ruolo fondamentale nella descrizione della costituzione nucleare [nel 1920 propose, in un articolo su *Nature*, di chiamarlo "protone"]. "Ci si può immaginare – scrive nel 1914 – che l'atomo di elio [la particella α] contenga quattro elettroni positivi e due negativi".

Nel 1919 Rutherford pubblica in quattro parti il suo fondamentale lavoro "Collision of α-particles with light atoms" nel quale riporta i risultati di esperimenti iniziati nel 1917 "e proseguiti ad intervalli alquanto irregolari, quando le necessità del lavoro ordinario e di quello legato alla guerra lo permettevano" (Moseley, uno dei suoi più brillanti collaboratori, era morto in guerra). Riprendendo esperimenti svolti vari anni prima da Geiger e Marsden, ma lavorando con bersagli costituiti da nuclei di elementi più leggeri, Rutherford arriva alla scoperta del protone cui concorrono anche altri fondamentali risultati: (1) la prima osservazione di trasmutazioni artificiali di elementi per bombardamento di particelle α; (2) l'osservazione che la diffusione delle particelle α da parte dell'idrogeno non sempre segue la legge da lui utilizzata per inferire l'esistenza del nucleo atomico. In particolare il risultato (2) veniva inizialmente interpretato da Rutherford come evidenza della struttura complessa delle α. Dopo il suo passaggio da Manchester a Cambridge (alla direzione del Cavendish Laboratory), Rutherford affida la prosecuzione del lavoro a James Chadwick (1891-1974, appena rilasciato dalla detenzione in Germania) e Étienne Bieler (1895-1929), che nel loro articolo del 1921 optano per una spiegazione diversa del risultato (2): "In nessun caso un sistema di quattro nuclei di idrogeno e due elettroni potrebbe dar luogo a un campo di forza [elettrostatico] di tale intensità (...) Dobbiamo concludere che la particella α non è formata da quattro nuclei di idrogeno e due elettroni, oppure che la legge di forza non è di tipo elettrostatico nelle immediate vicinanze di una carica elettrica. Pare più semplice scegliere questa seconda possibilità". È l'atto di nascita di quella che oggi chiamiamo forza forte (cf. anche Sommerfeld che nel 1919 sostiene che leggi quantistiche vadano applicate anche al nucleo).

Le due strade che portano alla MQ: cronologia (prima parte)

- **Louis de Broglie** (1892-1987): il 10 settembre 1923 (tesi di dottorato il 25 novembre 1924) propone che comportamento ondulatorio della materia sia simmetrico a quello corpuscolare della radiazione.

- **Satyendra Nath Bose** (1894-1974): 2 luglio 1924 nuova procedura di conteggio statistico che conduce alla legge di Planck per il corpo nero.

- **Einstein**: 10 luglio 1924 estende la procedura di Bose a un gas di particelle materiali monoatomiche. Per questa strada arriva l'8 gennaio del 1925 a associare onde con particelle utilizzando un argomento indipendente da quello di de Broglie.

- **Wolfgang Pauli** (1900-1958): 16 gennaio 1925 enuncia il "principio di esclusione".

- **Werner Heisenberg** (1901-1976): 25 luglio 1925 primo articolo sulla meccanica delle matrici ("Reinterpretazione teorico quantistica delle relazioni cinematiche e meccaniche").

- **Max Born** (1882-1970), **Pascual Jordan** (1902-1980): 25 settembre 1925 approfondiscono il lavoro di Heisenberg ("Sulla meccanica quantistica", così chiamata per la prima volta da Born in un articolo del 1924).

- **Uhlenbeck e Goudsmit**: 17 ottobre 1925 annunciano la scoperta dello spin dell'elettrone.

Le due strade che portano alla MQ: cronologia (seconda parte)

- **Paul A. M. Dirac** (1902-1984): 7 novembre 1925 generalizza e formalizza il lavoro di Heisenberg (introduce tra l'altro il "commutatore" $[p, q]$).

- **Born, Heisenberg e Jordan**: 16 novembre 1925 prima complessiva trattazione della meccanica delle matrici.

- **Pauli**: 17 gennaio 1926 applicazione della meccanica delle matrici per calcolare lo spettro discreto dell'atomo di idrogeno.

- **Erwin Schrödinger** (1887-1961): 27 gennaio 1926 la prima di quattro sezioni dell'articolo "Quantizzazione come problema agli autovalori" che inaugura la meccanica ondulatoria.

- **Enrico Fermi** (1901-1954): 7 febbraio 1926 il primo articolo sulla "statistica di Fermi-Dirac".

- **Born**: 25 giugno 1926 primo lavoro sull'interpretazione statistica della funzione d'onda.

- **Dirac**: 26 agosto 1926 rideriva la legge di Planck da principi primi e indipendentemente ottiene la "statistica di Fermi-Dirac".

- **Clinton J. Davisson** (1881-1958) e **Lester H. Germer** (1896-1971): 3 marzo 1927 rivelano la diffrazione di un fascio di elettroni da parte di un cristallo.

- **Heisenberg**: 23 marzo 1927 presenta le relazioni di indeterminazione.

Le due strade che portano alla MQ: 1.1

⇒ Progressiva chiarificazione negli anni 1913-1924 del conflitto tra regole di quantizzazione (Bohr, 1913) e fisica classica. Come scrive **Pauli** a Bohr nel febbraio 1924: “Mi sembra che la questione più importante sia la seguente: fino a che punto si può davvero parlare di orbite definite, nel caso degli elettroni di stati stazionari. Mi pare che ciò non possa essere in alcun modo considerato evidente a priori [...] Secondo me Heisenberg su questo punto ha colpito esattamente nel segno quando dubita della possibilità di parlare di orbite definite”.

⇒ **Kramers** (due lettere a *Nature* nel marzo e nel luglio del 1924), e **Kramers & Heisenberg** (articolo del dicembre del 1924): elaborazione di una **teoria quantistica della diffusione della radiazione** da parte degli atomi. L’emissione di radiazione secondaria da parte di un atomo esposto ad una radiazione (monocromatica) esterna e da essa eccitato è l’oggetto di questi lavori che generalizzano la teoria classica della dispersione. Alla loro base il principio di corrispondenza e l’idea di costruire una teoria che si emancipi dall’idea classica dei moti orbitali: “La relazione di dispersione contiene solo quelle quantità [che si riferiscono alle transizioni tra stati stazionari] che possono essere interpretate direttamente in termini fisici sulla base della teoria quantistica degli spettri e della costituzione dell’atomo, e che non mostrano più nessuna reminiscenza della teoria matematica dei sistemi periodici multipli”.

⇒ Le *relazioni di dispersione* sono in seguito generalizzate da **Kramers** (1927) e **Ralph de Laer Kronig** (1926) con l’applicazione ai raggi X. Quelle che oggi sono note come relazioni di Kramers-Kronig hanno trovato importanti applicazioni nella fisica delle particelle elementari.

Le due strade che portano alla MQ: 1.2

“Quando si va in montagna [...] capita talvolta di voler salire su una cima, ma di vedere solo la nebbia [...] abbiamo una carta della zona o qualche indicazione della direzione da prendere, ma nonostante ciò siamo completamente perduti nella nebbia. Poi [...] improvvisamente si vedono, molto vagamente, pochi minuscoli particolari che ci fanno dire: ‘Eccola, è la cima che cercavo’. Nel preciso istante in cui ci rendiamo conto di ciò, il quadro cambia completamente, perché, pur non sapendo se siamo sul sentiero giusto, pensiamo: [...] ’Almeno so dove sono; mi avvicinerò e troverò sicuramente la via per salire [...]. Fino a che vediamo solo particolari, come capita spesso in montagna, possiamo solo avvicinarci, di dieci o cento metri o magari di un chilometro, ma senza sapere se il sentiero ci porterà sulla cima o se siamo invece completamente fuori strada”.

Le due strade che portano alla MQ: 1.3

- "È ben noto che le regole formali che sono usate nella teoria quantistica per calcolare quantità osservabili come l'energia dell'atomo di idrogeno possono essere severamente criticate in base al fatto che contengono, come elementi fondamentali, relazioni tra quantità che sono apparentemente inosservabili in linea di principio, come per esempio la posizione o il periodo di rivoluzione di un elettrone. [...] Sembra più ragionevole tentare di stabilire una meccanica quantistica teorica, analoga alla meccanica classica, ma nella quale si trovino solo relazioni tra quantità osservabili. Si possono considerare la condizione sulle frequenze e la teoria della diffusione di Kramers, unitamente alle sue estensioni in articoli recenti, come i più importanti primi passi verso una tale meccanica quantistica teorica". (Heisenberg, 1925)

- Il genere di "positivismo" che emerge dal 'manifesto' di Heisenberg riemergerà a più riprese nella storia della teoria dei campi quantistici (matrice S e ripresa delle relazioni di dispersione negli anni '50), sebbene l'attuale teoria dei campi sia ben lungi da questo ideale.

- Prendendo spunto da alcuni semplici sistemi (oscillatore armonico, oscillatore anarmonico, corpo rotante) introduce i 'simboli quantistici' (per grandezze osservabili) al posto delle analoghe grandezze classiche:
$x(t) \rightarrow x_{mn}(t)$, $v(t) \rightarrow v_{mn}(t)$, $x^2(t) \rightarrow x^2_{mn}(t) = \sum_k x_{mk}(t) \times x_{kn}(t)$(ma il prodotto così espresso **non è commutativo**!)

Le due strade che portano alla MQ: 1.4

- Born, *My Life*: “Lessi l’articolo di Heisenberg e ne fui entusiasta [...] cominciai a pensarci sopra giorno e notte [...] quella legge di moltiplicazione doveva avere un significato. [...] un mattino, intorno al 10 luglio 1925, vidi improvvisamente la luce: la moltiplicazione simbolica di Heisenberg non era nient’altro che il prodotto di matrici, che ben conoscevo da quando ero studente”.
- Born insieme a Jordan trascrive e estende il lavoro di Heisenberg: (1) $x_{mn}(t)$, $v_{mn}(t)$ sono matrici quadrate; (2) le condizioni imposte da Heisenberg sull’energia (matrice con elementi diversi da zero solo sulla diagonale e indipendenti dal tempo) valgono per tutti i sistemi unidimensionali; (3) prima espressione delle ‘regole di commutazione’ per le p e q

$$\begin{aligned} \sum_k (p_{nk} \times q_{km} - q_{nk} \times p_{km}) &= \frac{h}{2\pi i} \quad \text{se } n = m \\ &= 0 \qquad \text{se } n \neq m \end{aligned}$$

- Poco dopo Born riceve una copia dell’articolo di Dirac che contiene molti dei risultati trovati da lui e Jordan: “Questa fu, me ne ricordo bene, una delle maggiori sorprese della mia vita scientifica. Il nome di Dirac mi era del tutto sconosciuto, l’autore risultava essere un giovanotto, eppure ogni cosa era, a modo suo, perfettamente e mirabilmente a posto”. L’articolo di Dirac conteneva le stesse relazioni di commutazione scritte in forma compatta:

$$pq - qp = \frac{h}{2\pi i} \mathbf{I} \tag{12}$$

- L’articolo successivo di Born, Heisenberg e Jordan completa la prima fase della formulazione delle basi della meccanica matriciale (nome non simpatico a Heisenberg che lo trovava troppo matematico).

Le due strade che portano alla MQ: 2.1

Erwin Schrödinger, nel suo articolo scritto nel marzo 1926 *On the Relationship of the Heisenberg-Born-Jordan Quantum Mechanics to Mine*, dimostra l'equivalenza matematica delle due teorie dopo averne sottolineato la radicale diversità nei loro punti di partenza, nei metodi formali utilizzati, nell'approccio generale. Schrödinger afferma che pur essendo a conoscenza del lavoro di Heisenberg apparso alcuni mesi prima, non si era accorto inizialmente di alcuna connessione tra questo e il suo, e anzi era stato "spaventato se non respinto" dall'eccesso di algebra e dall'assenza di un chiaro aggancio intuitivo (fisico). "**La mia teoria era stimolata dalla tesi di de Broglie e da alcune brevi ma infinitamente lungimiranti osservazioni di Einstein**."

Tappe della nascita della meccanica ondulatoria:

- I lavori di Einstein sulla struttura della radiazione.
- L'effetto Compton e alcune sue conseguenze.
- La statistica di Bose e le onde di de Broglie.
- Dalle osservazioni di Einstein alla meccanica ondulatoria di Schrödinger.

Le due strade che portano alla MQ: 2.2

I lavori di Einstein sulla struttura della radiazione

- (Einstein, Salisburgo 1909) “È innegabile che c’è un vasto gruppo di dati riguardanti la radiazione che mostrano che la luce ha alcune fondamentali proprietà che possono essere comprese molto più facilmente dal punto di vista della teoria newtoniana dell’emissione che dal punto di vista della teoria ondulatoria. È mia opinione, perciò, che la prossima fase dello sviluppo della fisica teorica ci fornirà una teoria della luce che può essere interpretata come una specie di fusione delle teorie ondulatorie e emissive.” [voce solitaria in quegli anni]

- Nell’ambito della relatività ristretta da lui proposta, la chiave di volta per reinterpretare la teoria della radiazione (e con essa la nozione di campo) era fornita dall’equivalenza tra massa e energia. Che la luce fosse un’entità indipendente dal mezzo (il campo come nuovo oggetto fisico e non come deformazione di qualcosa) e che l’emissione di luce da una sorgente seguita dal suo assorbimente da un ricevitore implicasse il trasferimento di massa erano due caratteri che sembravano più facilmente interpretabili nell’ambito di teorie emissive che in quello di teorie ondulatorie.

- Ristabilire la simmetria tra processi di emissione e assorbimento. Le equazioni di Maxwell interpretano l’emissione come produzione da parte di una carica oscillante di un’onda sferica che si espande, ma l’assorbimento (che le equazioni di Maxwell porterebbero a considerare come contrazione di un’onda sferica da parte di una carica) non è certamente un processo elementare. Le teorie dell’emissione in questo senso permettono di ristabilire la simmetria sotto forma di emissione e assorbimento di particelle.

Le due strade che portano alla MQ: 2.3

→ In due lavori del 1909 Einstein rianalizza la legge di Planck calcolando le fluttuazioni di energia nella radiazione di corpo nero. Ne ricava che per ottenere la legge di Planck bisogna considerare due cause indipendenti che producono le fluttuazioni, che quindi si sommano nell'espressione finale: una riferibile alla natura corpuscolare (che domina nel limite di alta frequenza o bassa temperatura e riproduce la legge di Wien), e una riferibile alla natura ondulatoria (dominante a bassa frequenza o alta temperatura dove si riproduce la legge di Rayleigh-Jeans). [cit Einstein (a cura di Bellone), p. 201 e ss.]

→ Einstein torna sul problema nel 1916 e nel 1917. La trattazione porta alla necessità di considerare quella che Einstein chiama la "radiazione aghiforme" (*needle radiation*) nell'emissione e nell'assorbimento (introduzione del momento per la particella di luce).

L'effetto Compton e alcune sue conseguenze

- 1922: annuncio di Compton dei risultati sperimentali. 1923: Compton e Debye indipendentemente danno la spiegazione sulla base della cinematica relativistica dell'urto fotone-elettrone.

- La proposta di Bohr, Kramers e Slater (1924): (1) le leggi di conservazione dell'energia e del momento valgono solo statisticamente nel caso delle interazioni radiazione materia; (2) l'introduzione di un opportuno campo di radiazione virtuale per spiegare gli effetti di tipo corpuscolare (virtuali e non reali secondo i proponenti). Confutazione da parte di Bothe e Geiger (1925), e Compton insieme a Simon (1925): causalità e leggi di conservazione di energia e impulso rimangono valide. Qualunque cosa debba essere eliminata in una teoria che tratti la dualità particella-corpuscolo della radiazione non ha niente a fare con le leggi di conservazione.

Le due strade che portano alla meccanica quantistica: 2.4

Le onde di de Broglie e la statistica di Bose-Einstein

- de Broglie (che dal 1922 studiava il problema della radiazione nell'ottica della dualità onda-corpuscolo proposta da Einstein): "Ero convinto – ricorda – che la dualità onda-corpuscolo scoperta da Einstein nella sua teoria dei quanti di luce fosse assolutamente generale e si estendesse all'intero universo fisico, e mi sembrava certo, perciò, che la propagazione di un'onda fosse associata con il moto di qualunque tipo di particella - fotone, elettrone, protone". Scrive tre brevi memorie nel 1923 e la tesi nel 1924. Il suo supervisore, Langevin, ne invia una copia a Einstein che gli risponde entusiasta: de Broglie "ha sollevato un angolo del grande velo".

- (Bose 1924) Derivazione della legge di Planck senza riferimento all'elettrodinamica classica: (1) volume dello spazio delle fasi diviso in celle di volume h^3; (2) procedura di conteggio degli stati per occupazione delle celle da parte di particelle indistinguibili (piuttosto che considerare la distribuzione dei quanti come fatto da Planck).

- Eherenfest nel 1911 e nel 1914 aveva già sottolineato che un conteggio su quanti indipendenti portava alla legge di Wien, per ottenere la legge di Planck era necessario considerare correlazioni (perdita dell'indipendenza statistica).

- Einstein generalizza, nel 1924, la trattazione di Bose al caso di un gas ideale monoatomico, e continua nel corso dell'anno ad indagarne le proprietà per temperature tendenti a zero. Scrivendo a Ehrenfest nel settembre, Einstein afferma che le molecole "condensano" nello stato di energia zero sotto una certa temperatura anche in assenza di forze attrattive tra loro.

Le due strade che portano alla meccanica quantistica: 2.5

L'idea di de Broglie delle onde di materia ($E = h\nu$, $p = h/\lambda$) trova conferma negli sviluppi delle indagini di Einstein del gas quantistico (1925): come la radiazione non è solo onda ma anche corpuscolo, così le particelle materiali non sono solo corpuscoli ma anche onde. "Questo campo d'onda - scrive Einstein nel suo articolo sul gas quantistico del 1925 - la cui natura fisica è ancora oscura deve essere in linea di principio dimostrabile attraverso fenomeni di diffrazione ad esso corrispondenti".

Dalle note di Einstein alla meccanica ondulatoria di Schrödinger

Immediatamente prima della serie di articoli su *Quantizzazione come problema degli autovalori*, Schrödinger manda (dicembre 1925) al Physikalische Zeitschrift l'articolo *Sulla teoria del gas di Einstein* di grande rilevanza per comprendere la genesi della teoria. In esso si legge:
"Ci si può aspettare di ottenere una più profonda comprensione dell'essenza della nuova teoria [la statitistica di Bose-Einstein] se si tiene ferma la validità dei vecchi metodi statistici [...] e si operano cambiamenti nei fondamenti nel punto dove possono essere fatti senza 'sacrificium intellectus'." La teoria di Einstein del gas si ottiene applicando alle molecole del gas la statistica che porta alla legge di Planck se applicata agli atomi di luce. Si può però ottenere la legge di Planck applicando la statistica usuale agli 'oscillatori eterei', cioè ai gradi di libertà della radiazione. I fotoni appaiono allora come livelli energetici degli oscillatori eterei. Si può ottenere la statistica di Bose scambiando il ruolo dei concetti: 'la varietà (manifold) degli stati di energia' e 'la varietà dei portatori di questi stati'. Basta quindi raffigurarsi il gas come una radiazione in una cavità che non corrisponde all'estrema rappresentazione tramite quanti di luce; la statistica naturale condurrà alla teoria del gas di Einstein. "**Questo non significa altro che prendere seriamente la teoria ondulatoria di particelle in moto di de Broglie-Einstein, secondo la quale le particelle non sono nulla di più che un tipo di 'cresta d'onda' su uno sfondo di onde**".

Prime interpretazioni della nuova meccanica I

1. La posizione di Schrödinger.

- Interpretazione realistica della ψ: le onde sono l'unica realtà mentre le particelle sono entità derivate.

- Interpretazione iniziale di ψ come legata alla densità di carica e dell'equazione di continuità come collegata alla conservazione della carica elettrica.

PROBLEMI APERTI: (1) Lorentz (1926), dopo aver affermato di preferire la meccanica ondulatoria a quella delle matrici nel caso di sistemi a una particella, prosegue però osservando che "un pacchetto d'onda in moto con la sua velocità di gruppo che dovrebbe rappresentare una 'particella' non potrà mai restare unito e rimanere concentrato in un piccolo volume per lunghi percorsi. La più piccola dispersione del mezzo porterà a un suo sparpagliamento nella direzione di propagazione, e anche in assenza di questa dispersione si sparpaglierà sempre di più in direzione trasversale al moto. Proprio a causa di questa inevitabile diffusione non mi sembra che il pacchetto d'onda possa servire per rappresentare cose alle quali vogliamo attribuire un'esistenza individuale relativamente permanente". (2) ψ vive nello spazio delle configurazioni del sistema e non in quello fisico.

2. Il lavoro di Born (25 giugno 1926), *On the quantum mechanics of collision processes* (interpretazione statistica della ψ).

Si può riassumere l'itinerario seguito da Born nel modo seguente:
A. Punto di partenza l'analisi dei processi di collisione nei quali il formalismo di Schrödinger è "particolarmente appropriato, per cui sono incline a ritenerlo la formulazione più profonda delle leggi quantistiche". Considerando l'urto elastico di un fascio stazionario di particelle di massa m e velocità v in direzione z da parte di un potenziale statico $V(r)$ che asintoticamente va a zero più velocemente di $1/r$. La funzione d'onda stazionaria che descrive lo scattering va asintoticamente come:

$$e^{ikz} + f(\theta,\phi)\frac{e^{ikr}}{r}\,, \quad k = \frac{mv}{\hbar}\,. \tag{13}$$

Interpretando allora $N|f(\theta,\phi)|^2 \mathrm{d}\,\omega$ come il numero di particelle scatterate nell'elemento di angolo solido $\mathrm{d}\,\omega$, Born collega $|f(\theta,\phi)|^2$ con $|\Phi_{mn}|^2$ (dove n denota lo stato iniziale di onda piana in direzione z e m lo stato asintotico finale in cui le onde si muovono nelle direzioni (θ,ϕ)).
B. In generale $\psi\psi^*\mathrm{d}\tau$ misura la probabilità della particella di trovarsi nell'elemento spaziale $\mathrm{d}\tau$. Quindi la meccanica ondulatoria non dà una risposta alla domanda: **Qual è precisamente lo stato dopo la collisione?**; essa può rispondere solo alla domanda: **Qual è la probabilità di uno stato definito dopo la collisione?**. "Il moto delle particelle - afferma Born in questo primo lavoro - si conforma alle leggi della probabilità, ma la probabilità stessa si propaga secondo le leggi della causalità".

Il risultato di Born, come lui stesso sottolinea a più riprese successivamente, è influenzato da idee di Einstein. In alcune riflessioni generali nei primi anni Venti [non pubblicate], Einstein aveva delineato una sua concezione delle relazioni tra onde del campo elettromagnetico e quanti di luce. Esso considera il campo ondulatorio come una sorta di "campo fantasma" (*ghost* o *phantom* field, *Gespensterfeld*), le cui onde guidano le particelle fotoniche sui loro cammini, nel senso che il quadrato dell'ampiezza dell'onda determina la probabilità di presenza dei fotoni (o della loro densità).

Prime interpretazioni della nuova meccanica III

La questione interpretativa riceverà un particolare impulso dopo il marzo 1927 qundo Heisenberg pubblica l'articolo con le **relazioni di indeterminazione**.

$$\Delta p \Delta q \geq \hbar, \quad \Delta E \Delta t \geq \hbar \tag{14}$$

Sono le relazioni di indeterminazione che costituiscono la base del noto **il principio di complementarietà** enunciato da Bohr, e il cosiddetto dibattito tra Einstein e Bohr verterà proprio nei tentativi di Einstein di trovare un controesempio alle relazioni di indeterminazione (dimostrando così l'inconsistenza della teoria) e nelle successive risposte di Bohr che dimostrano che la teoria è consistente.

[Congresso di Como, settembre 1927]

“La nostra interpretazione dei dati sperimentali si basa essenzialmente sui concetti classici: per questo ci poniamo il problema se un elettrone sia un’onda o un corpuscolo. Nel caso classico, la relazione tra oggetto osservato e strumento di misura può, in linea di principio essere controllata perfettamente, e quindi se l’elettrone è un corpuscolo non è un’onda, e viceversa: in altre parole il fisico classico può dedurre dal risultato della misura che una delle due descrizioni è errata. Nel caso quantistico, dato che una realtà indipendente nel senso fisico usuale [classico] del termine non può essere attribuita né al fenomeno né agli strumenti di misura, si deduce che l’elettrone è un’onda o un corpuscolo a seconda dello strumento di misura usato. Quindi, per evitare i presunti paradossi legati al dualismo onda-corpuscolo, bisogna considerare il nuovo nesso che la teoria quantistica introduce tra oggetto e strumento.”

Questa situazione è chiamata da Bohr complementarità: “La natura stessa della teoria dei quanti ci obbliga a considerare il coordinamento spaziotemporale [proprio dei corpuscoli] e l’enunciato di causalità [delle onde], l’unione dei quali caratterizza le teorie classiche, come aspetti complementari, ma mutuamente esclusivi della descrizione, rappresentazioni complementari dei fenomeni che solo considerati insieme offrono una generalizzazione naturale del modo classico di descrivere le cose”.

“Paradossi” e interpretazioni della meccanica quantistica

Introduzione ai cosiddetti “paradossi” della meccanica quantistica

1. Struttura della teoria.
2. Interludio: le fasi del dibattito Einstein-Bohr (1927-1930).
3. L’argomento di Einstein-Podolsky-Rosen (1935), il cosiddetto “paradosso EPR”.
4. Il problema della misurazione quantistica.
5. Il “gatto di Schrödinger” (1935).
6. L’“amico di Wigner” (1961).

Struttura della teoria

(A) Sistemi fisici e loro stati – Ad ogni sistema fisico S (un oggetto o insieme di oggetti fisici) è associato un particolare *spazio vettoriale* sul campo numerico $\mathcal{C}$ (lo spazio di Hilbert $\mathcal{H}$), i cui elementi (modulo 1) corrispondono agli stati fisici del sistema. Siccome $\mathcal{H}$ è uno spazio vettoriale (lineare e chiuso rispetto alla operazione di somma di stati) si ha che:

Dati $\psi, \phi \in \mathcal{H}$ e $\alpha, \beta \in \mathcal{C}$ anche $\alpha\phi + \beta\psi \in \mathcal{H}$
(principio di sovrapposizione degli stati).

(B) Proprietà misurabili ("osservabili quantistiche") – Le osservabili di un sistema fisico sono rappresentate da *operatori lineari* (operatori hermitiani) sullo spazio vettoriale associato al sistema. Se ψ è un *autovettore* di un'osservabile $\widehat{A}$ corrispondente all'autovalore a, $\widehat{A}\psi = a\psi$, allora si dice che lo stato ψ ha valore a per la proprietà misurabile rappresentata da $\widehat{A}$.

(C) Dinamica – Dato ψ all'istante (iniziale) $t = t_o$ e note le forze e i vincoli cui è soggetto il sistema esiste un *algoritmo* (l'equazione di Schrödinger) tramite il quale, in linea di principio, si può calcolare lo stato ψ del sistema in un qualunque istante $t > t_o$: l'evoluzione di ψ è lineare e deterministica.

(D) Connessione con gli esperimenti (legge di probabilità quantistica) – Dato l'osservabile $\hat{O}$ sul sistema S individuato dallo stato ψ si ha $\psi = \sum_i c_i \Omega_i$, con Ω_i autovettori di $\hat{O}$ con autovalori ω_i

La probabilità che la misura di $\hat{O}$ abbia come risultato ω_i è $\lvert c_i \rvert^2$ ($0 \leq \lvert c_i \rvert^2 \leq 1$).

(E) Collasso o riduzione del vettore ψ – Data $\psi = \sum_i c_i \Omega_i$ se ottengo nella misura un certo valore ω_j la ψ *collassa* o è *ridotta* a $\psi = \Omega_j$ per cui ripetendo la misura successivamente ottengo con probabilità 1 il valore ω_j.

(D) e (E) sono *regole speciali*: è il loro carattere stocastico il vero responsabile dell'**indeterminismo quantistico**.

I momenti salienti del dibattito tra Einstein e Bohr:

1 il V Congresso Solvay (24-29 ottobre 1927, su “elettroni e fotoni”, presenti tra gli altri Planck, Einstein, Bohr, Heisenberg, Schrödinger, Dirac, de Broglie, Kramers, Pauli, Eherenfest);

2 il VI Congresso Solvay (20-25 ottobre 1930, sul magnetismo);

3 pubblicazione dell’articolo di Einstein, Podolsky e Rosen, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete*, Phys. Rev. **47** (1935), pp. 777-780, la risposta di Bohr in un articolo con lo stesso titolo che compare sul Phys. Rev. **48** (1935), pp. 696-702. [cf. P. Schilpp, *Albert Einstein: philosopher scientist*, 1949, tr. it. Boringhieri 1958 e ancora nel 1979 con il titolo “Autobiografia Scientifica”]

Le questioni dibattute possono essere sintetizzate nei tre seguenti temi:

(I) **Demarcazione tra classico e quantistico**. Esiste, nel sistema fisico complessivo costituito dal

$$\boxed{\text{(sistema fisico investigato)+(apparato di misura)}},$$

una linea di demarcazione (difficilmente definibile in via di principio ma identificabile di volta in volta a seconda del sistema complessivo preso in esame) tra parti classiche e parti quantistiche (cioè sostanzialmente che obbediscono alle relazioni di indeterminazione).

(II) **Consistenza della teoria**. Tentativi di Einstein di ideare esperimenti ideali che evidenzino una inconsistenza (contraddittorietà) della teoria.

(III) **Completezza della teoria**. Ammessa la consistenza, la teoria offre davvero una descrizione completa dei sistemi fisici?

L’immagine più diffusa nella letteratura è quella che contrappone un Einstein arroccato su posizioni anacronistiche a un Bohr mentore della nuova fisica. In realtà la contrapposizione è tra due diverse concezioni dei metodi e degli obiettivi della ricerca scientifica.

(A) Einstein non si oppone alla meccanica quantistica in quanto tale, ma piuttosto all’idea di considerarla l’ultima risposta nell’ambito dei fenomeni microfisici. Deve esistere una teoria più generale nella quale il ruolo svolto dallo strumento di misura non deve essere più considerato inanalizzabile, come ritiene Bohr, ma deve trovare una sua precisa descrizione matematica e fisica.

(B) Un altro punto che può aiutare a chiarire la differenza della posizione di Einstein da quella di Bohr riguarda il tema del progresso della conoscenza fisica. Secondo Einstein una teoria più generale deve poter essere formulata in modo logicamente chiuso, indipendentemente da una teoria meno generale che ne costituisce un caso limite. Invece la formulazione dei principi fondamentali della meccanica quantistica è, secondo Bohr, intrinsecamente impossibile senza ricorrere alla meccanica classica: la meccanica quantistica infatti, ha bisogno della meccanica classica per la sua stessa fondazione, come dimostra il principio di complementarità che sancisce l'irrinunciabile necessità di ricorrere a nozioni classiche per interpretare i dati sperimentali.

Per Bohr questa singolarità della meccanica quantistica è perfettamente in linea con la sua concezione di progresso della conoscenza scientifica, mentre per Einstein è da considerarsi solo come un carattere provvisorio che dovrà essere superato con l'avvento di una nuova e più completa teoria.

Lettera di Bohr a Darwin (1919 ?): *L'intero progresso della scienza evidenzia le difficoltà; l'intero progresso della fisica non dimostra altro che le semplici connessioni tra punti di vista diversi*.

Vi sono diverse specie di teorie in fisica. La maggior parte di esse è di tipo costruttivo. Esse tentano di formare un quadro dei fenomeni complessi partendo da certi princìpi relativamente semplici. La teoria cinetica dei gas, per esempio, tenta di ricondurre al movimento molecolare le proprietà meccaniche, termiche e di diffusione dei gas. Quando affermiamo di comprendere un certo gruppo di fenomeni naturali, intendiamo dire che abbiamo trovato una teoria costruttiva che li abbraccia.

In aggiunta a questo gruppo molto vasto di teorie, ve n'è un altro costituito da quelle che io chiamo teorie dei princìpi. Esse fanno uso del metodo analitico, invece di quello sintetico. Il loro punto di partenza e il loro fondamento non consistono di elementi ipotetici, ma di proprietà generali dei fenomeni osservate empiricamente, princìpi dai quali vengono dedotte formule matematiche di tipo tale da valere in ogni caso particolare che si presenti. La termodinamica, per esempio, partendo dal fatto che il moto perpetuo non si verifica mai nell'esperienza ordinaria, tenta di dedurne, mediante processi analitici, una teoria valida in ogni caso particolare. Il merito delle teorie costruttive sta nella generalità, nella flessibilità e nella chiarezza, il merito delle teorie dei princìpi nella perfezione logica e nella saldezza delle basi. La teoria della relatività appartiene alla categoria delle teorie dei principi. [My Theory, 1919; Time, space, and Gravitation, 1948]

Interpretazioni della meccanica quantistica

- Interpretazione usuale (o ortodossa o di Copenhagen).
- Variabili nascoste.
- Logica quantistica.
- Interpretazione Statistica.
- Molti mondi (o molti universi) e in generale teorie con ‘branch label’.
- Riduzioni (o localizzazioni) spontanee (Ghirardi-Rimini-Weber).
- Tirando le fila: tra fisica e filosofia.

Tirando le fila: tra fisica e filosofia

Due domande generali:

- Cosa significa **interpretare** una teoria fisica?
- Quali sono gli **elementi fondamentali** che costituiscono una teoria fisica?

Come abbiamo visto

FISICA	|	concorrono alla
MATEMATICA	|	definizione del
LOGICA	$\Rightarrow$	"problema" e alle
FILOSOFIA	|	diverse soluzioni
PSICOLOGIA	|	che vengono adot-
...	|	tate.

Gli elementi fondamentali di una teoria

Tre sono le principali componenti di una teoria (nella tradizione dell'empirismo logico: Carnap, Hempel, Nagel ... Stegmüller ...):

F Un formalismo astratto F che costituisce lo "scheletro" logico-matematico della teoria [comunemente F è costituito da un *calcolo deduttivo assiomatizzato* senza un significato empirico definito].

R Un insieme R di regole di corrispondenza [o "definizioni coordinanti", "definizioni operative", "regole semantiche", "correlazioni epistemiche", "regole di interpretazione"] che assegnano contenuto empirico a F mettendolo in relazione con i dati delle osservazioni e dell'esperienza.

M Un modello (o un insieme di modelli) [anche detto interpretazione della teoria] per F, che in qualche modo riveste lo "scheletro" del formalismo astratto con materiale "concettuale" e/o "visualizzabile" più o meno familiare (legato all'intuizione).

I ‘modi’ d’intendere l’interpretazione di una teoria I

1 Interpretazione = $\boxed{F_R}$ - I termini non-logici (osservativi) che ricorrono in F (o in sue formule) acquistano, tramite R, significato empririco (operativamente indagabile). Questi termini non necessariamente sono già presenti nei postulati di F. Si parla di **interpretazione (parziale) di** F da “sotto” (base) e non da “sopra” (cima). Per alcuni fisici e filosofi (orientati positivisticamente) F_R è precisamente una teoria fisica: “Una teoria fisica è un sistema di proposizioni matematiche il cui scopo è quello di rappresentare [descrivere] il più semplicemente, completamente, esattamente possibile un intero gruppo di leggi sperimentali [riduzione delle teorie scientifiche a descrizioni]”. [Duhem]

2 Interpretazione = $\boxed{F_R \text{ + qualche principio unificante}}$ che stabilisca coerenza interna tra i diversi caratteri descrittivi della teoria dotandola di potere esplicativo e predittivo. Da qui nascono i problemi di carattere filosofico come la questione (ontologica) della *realtà* fisica o quella metafisica del *determinismo/indeterminismo*.

3 Interpretazione = $\boxed{\text{costruzione di modelli}}$ - La definizione di uno o più *principi unificanti* è spesso connessa (o facilitata) dalla costruzione di un modello per la teoria. Il modello ha una struttura logica simile a F_R, ma una struttura epistemologica diversa: esso determina il significato dei termini logicamente successivi (una costruzione dalla ‘cima’ e non dalla ‘base’), con potere predittivo e esplicativo. Il modello svolge, quindi, una funzione euristica unificante, ma si rischia (impropriamente) l’identificazione di M con T.

I ‘modi’ d’intendere l’interpretazione di una teoria II

4 Interpretazione = $\boxed{\text{modificazione della teoria}}$ Può succedere che dato M questo possieda molte delle “relazioni” presenti in F o F_R. Si può ristabilire una sorta di ‘isomorfismo’ tra M e F o F_R modificando questi ultimi e quindi la teoria T. La nuova teoria T' è anch’essa chiamata interpretazione di T (tanto più se non implica effetti sperimentalmente osservabili che la differenzino da T).

È questo, in qualche misura, il caso delle teorie alla GRW (che modificano l’equazione di Schrödinger).

5 Interpretazione = $\boxed{\text{analisi della struttura logica di } T}$ - F, R, M possono non dover essere modificate, ma la teoria mostra lo stesso “problemi interpretativi”. Si può allora pensare di analizzare la logica sottostante la formulazione della teoria T.

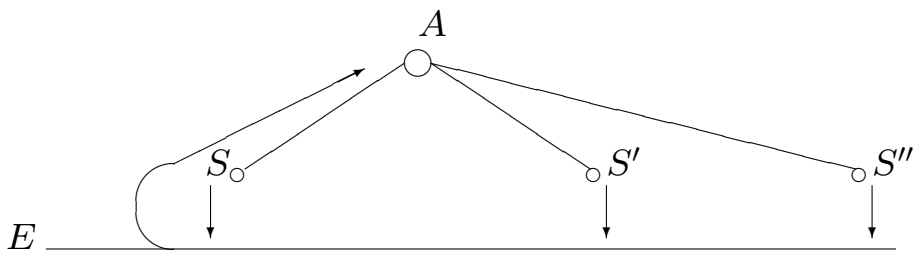
Interpretazione come analisi della struttura formale del ragionamento deduttivo applicato nella formulazione di T.

Vorrei un attimo fermarmi a questo punto e fare una osservazione. Il fatto che l'elettrodinamica possa essere scritta in così tanti modi – le equazioni differenziali di Maxwell, vari principi di minimo con i campi, principi di minimo senza campi, tutti modi di tipo diverso – era qualcosa che sapevo ma che non ho mai capito. Mi è sempre sembrato strano che le leggi fondamentali della fisica, una volta scoperte, possano apparire in così tante diverse forme che a prima vista non sembrano identiche, ma che con un pò di gioco matematico si riesca a mostrarne le relazioni. Un esempio di questo è l'equazione di Schrödinger e la formulazione di Heisenberg della meccanica quantistica. Non so perché sia così – rimane un mistero, ma era qualcosa qualcosa che avevo imparato dall'esperienza. C'è sempre un altro modo di dire la stessa cosa che non assomiglia affatto al modo in cui l'hai detta prima. Di questo fatto non conosco la ragione. Penso sia in qualche modo una rappresentazione della semplicità della natura. Una cosa come la legge dell'inverso del quadrato è proprio giusto quella che deve essere rappresentata dalla soluzione dell'equazione di Poisson, che per questo è un modo assai diverso di dire la stessa cosa che non assomiglia affatto al modo in cui l'hai detta prima. Non so cosa significhi il fatto che la natura scelga queste forme curiose, ma forse questo è un modo per definire la semplicità. Forse una cosa è semplice se si può descriverla pienamente in molti modi diversi senza sapere immediatamente che si sta descrivendo la stessa cosa.

Richard P. Feynman (1966)

Nella scienza vengono usati ‘modelli’ per rappresentare la natura, usati da noi, e dei molti possibili modi di usarli quello adottato è quello che conta e fissa la relazione rilevante tra modello e natura, rilevante cioè per la valutazione e l’applicazione della teoria. Il filosofo ha nel passato voluto chiedersi immediatamente: “ma la teoria è vera?”, “sotto quali condizioni la teoria è vera?”, ecc. La concezione semantica non si è, invece, concentrata sulla verità in toto, ma su alcune relazioni minori di maggior interesse pratico come quella dell’adeguatezza ai fenomeni. Le teorie non si confrontano con i “dati” nudi e crudi. Il risultato sperimentale è già una rappresentazione selettiva e rifinita, un “modello di dati” come si usa dire. È stato vero sempre e lo è tanto più oggi in un fase in cui gli scienziati immagazzinano e analizzano gigabytes di dati. Quindi adeguatezza della teoria ai fenomeni così descritti. In generale quelle strutture che rappresentano fenomeni in termini di parametri rilevanti devono soddisfare i modelli teorici. Ma questo tipo di adeguatezza è, prima di tutto, una richiesta *strutturale*. A essere paragonati sono sempre due *modelli*: quello dei dati e quello della teoria, comunque esprimibili in strutture matematiche di cui analizzare le mutue relazioni. Il modello dei dati non è importante in sé ma nel suo ruolo di rappresentazione di fenomeni e questo ruolo non si riduce semplicemente ad avere una certa struttura: l’adeguatezza empirica è rispetto alla struttura dei fenomeni reali descritti nei termini dei parametri rilevanti di una teoria. Siccome la rappresentazione (tramite modelli) è qualcosa che noi costruiamo, l’adeguatezza della teoria deve coinvolgere riferimenti a come usiamo entrambi i modelli (quello dei dati e quello teorico) per rappresentare ciò di cui stiamo parlando. [Bas van Fraassen (1996)]

7 maggio 1952 - Lettera a Maurice Solovine

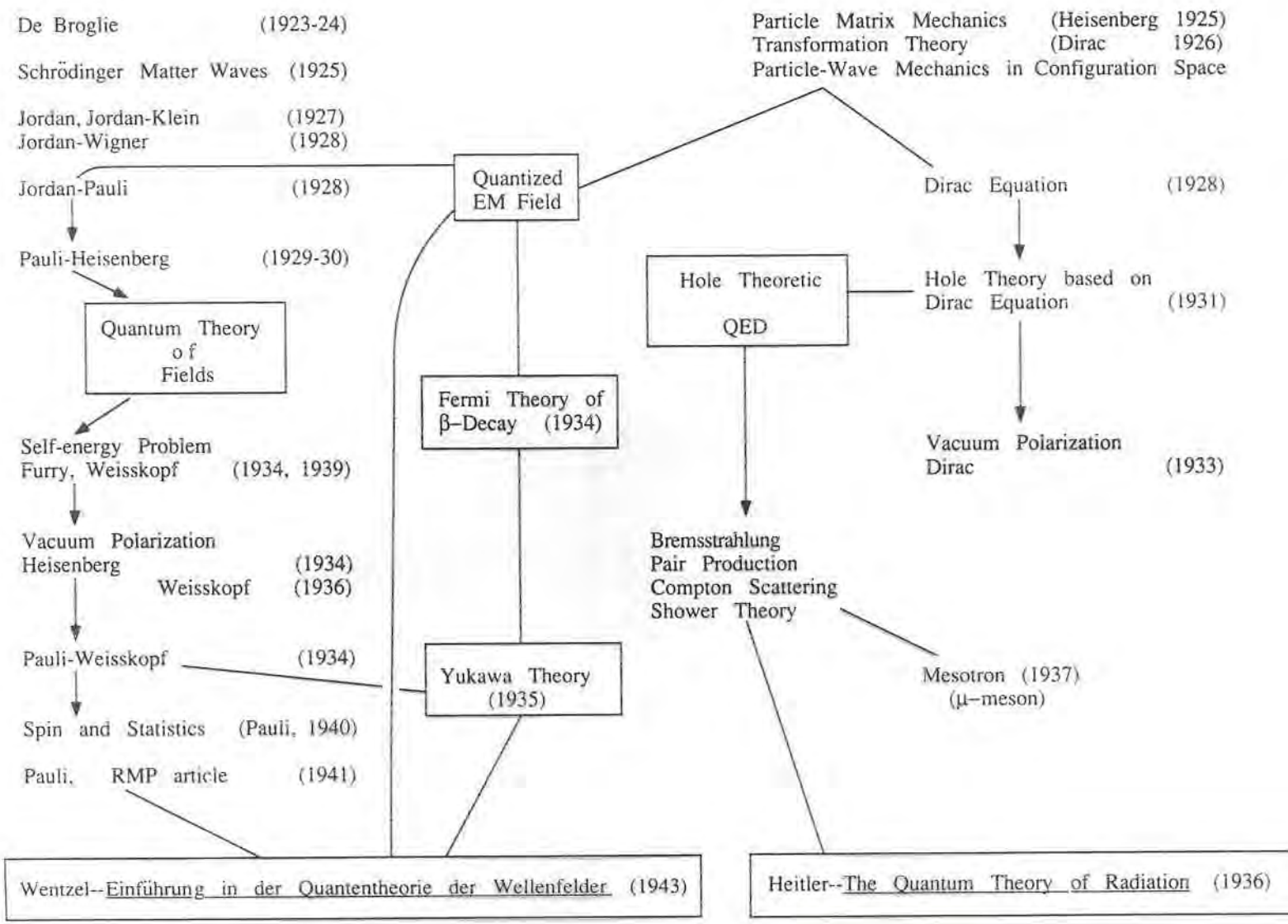


[...] Per quel che riguarda la questione espistemologica, Lei mi ha del tutto frainteso; probabilmente mi sono espresso male. Io vedo la cosa nel modo seguente:

1) Ci sono date le E (esperienze immediate).
2) A sono gli assiomi, dai quali traiamo conclusioni. Dal punto di vista psicologico gli A poggiano sulle E. Ma non esiste alcun percorso logico che dalle E conduca agli A; c'è solamente una connessione intuitiva (psicologica) e sempre "sino a nuovo ordine".
3) Dagli A si ricavano, con procedimento deduttivo, enunciati particolari S che possono pretendere di essere veri.
4) Gli S sono messi in relazione con le E (verifica per mezzo dell'esperienza). Questa procedura, a ben vedere, appartiene essa stessa alla sfera extralogica (intuitiva), non essendo di natura logica la relazione tra i concetti che intervengono negli enunciati e le esperienze immediate. Questa relazione tra gli S e le E è tuttavia (pragmaticamente) molto meno incerta di quella che sussiste tra gli A e le E (ad esempio, tra il concetto di cane e le corrispondenti esperienze immediate). Se una tale corrispondenza, pur restando inaccessibile alla logica, non potesse essere stabilita con un elevato grado di certezza, tutto l'armamentario logico non avrebbe alcun valore ai fini della "comprensione della realtà" (esempio, la teologia).

L'aspetto essenziale è qui il legame, eternamente problematico, fra il mondo delle idee e ciò che può essere sperimentato (l'esperienza sensibile).

Note per una storia della teoria dei campi


De Broglie (1923-24)
Schrödinger Matter Waves (1925)
Jordan, Jordan-Klein (1927)
Jordan-Wigner (1928)
Jordan-Pauli (1928)
Pauli-Heisenberg (1929-30)
Quantum Theory of Fields
Self-energy Problem
Furry, Weisskopf (1934, 1939)
Vacuum Polarization
Heisenberg (1934)
Weisskopf (1936)
Pauli-Weisskopf (1934)
Spin and Statistics (Pauli, 1940)
Pauli, RMP article (1941)
Quantized EM Field
Fermi Theory of β–Decay (1934)
Yukawa Theory (1935)
Particle Matrix Mechanics (Heisenberg 1925)
Transformation Theory (Dirac 1926)
Particle-Wave Mechanics in Configuration Space
Dirac Equation (1928)
Hole Theory based on Dirac Equation (1931)
Hole Theoretic QED
Vacuum Polarization
Dirac (1933)
Bremsstrahlung
Pair Production
Compton Scattering
Shower Theory
Mesotron (1937)
(μ–meson)
Wentzel--Einführung in der Quantentheorie der Wellenfelder (1943)
Heitler--The Quantum Theory of Radiation (1936)

Un possibile indice degli argomenti

- **Dalla “fisica nucleare” alla “fisica nucleare delle alte energie”**.
  - Le forze nucleari prima del neutrone: modello e-p del nucleo (anni venti).
  - Decadimento β teoria di Fermi e modello di Heisenberg (anni trenta)
  - La teoria (mesonica) di Yukawa (1935) e i suoi sviluppi.
- **La teoria quantistica dei campi**:
  - Nascita e primi sviluppi: Dirac (1927, QED), Dirac (1928, teoria relativistica dell’elettrone), Heisenberg e Pauli (1929, QED), interpretazioni della teoria dell’elettrone di Dirac.
  - Il problema degli infiniti: difficoltà, dubbi e primi sviluppi (1929-34)
  - Nuovi campi (Yukawa, Fermi, Pauli e Weisskopf - 1934, teoria del campo scalare - Proca - 1936, teoria relativistica di spin uno) e proposte di teorie alternative alla Teoria dei campi quantistici.
  - Rinormalizzazione (1947-49).
- **Fisica dei raggi cosmici**: scoperta (1911-14), esplorazione (1922-30), fisica delle particelle (1930-53), astrofisica (a partire dal 1954).
- **Tecniche sperimentali**: dal 1930 progressivo sviluppo degli acceleratori (il generatore di Van de Graaff - 1931, 1,5 MeV - il ciclotrone - 1932, Lawrence e Livingston - la macchina di Cockcroft e Walton - 1932).

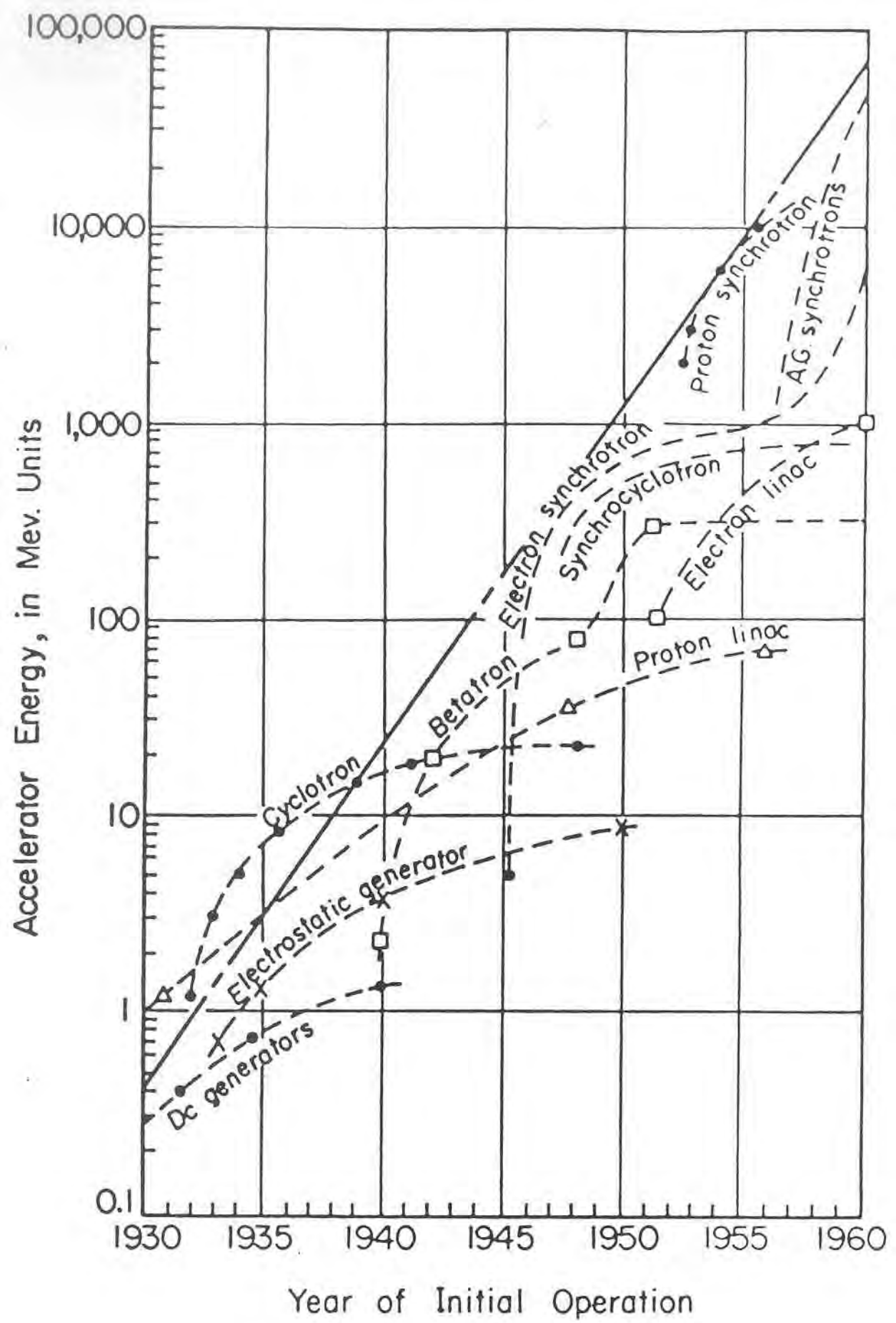

100,000
10,000
1,000
100
10
1
0.1
Accelerator Energy, in Mev. Units
1930
1935
1940
1945
1950
1955
1960
Year of Initial Operation
Proton synchrotron
AG synchrotrons
Electron synchrotron
Synchrocyclotron
Electron linac
Proton linac
Betatron
Cyclotron
Electrostatic generator
Dc generators

FIG. 1

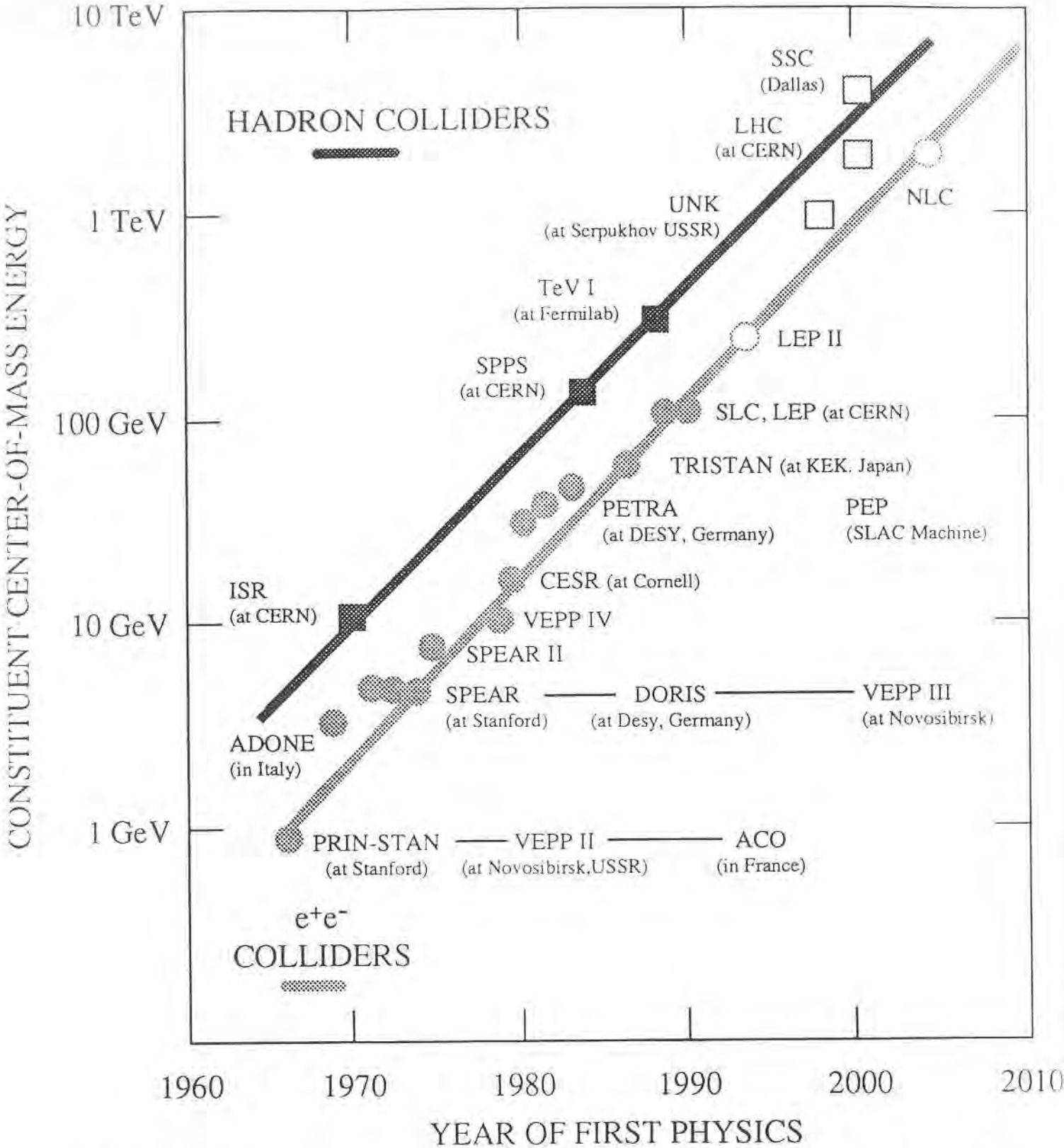


Fig. 15.1. Energy available in the constituent center-of-mass system versus year for the electron and proton colliding-beam machines. The open circles and squares represent machines under construction or in the planning phase.

Una nuova rivoluzione?

"Certamente [l'idea di rivoluzione come rottura con gli schemi del passato] sembra applicarsi alle grandi rivoluzioni nella fisica del Novecento: lo sviluppo della relatività ristretta e della meccanica quantistica. Peraltro, lo sviluppo della teoria quantistica dei campi dal 1930 fornisce un curioso controesempio, nel quale l'essenziale elemento di progresso è stata la realizzazione, via via, che una rivoluzione non era necessaria. Se la meccanica quantistica e la relatività sono state rivoluzioni nel senso della Rivoluzione Francese del 1789 o della Rivoluzione Russa del 1917, allora la teoria quantistica dei campi è più vicina alla Gloriosa Rivoluzione del 1688: le cose sono mutate solo quel tanto da poter rimanere le stesse." [S. Weinberg, "The Search for Unity: Notes for a History of Quantum Field theory", *Daedalus* **2** (1977), 17-35.]

- La prima applicazione (formale) della nuova meccanica quantistica ai campi risale a un lavoro di Born, Heisenberg e Jordan del 1926 (uno dei primi lavori sulla "nuova" meccanica quantistica)

- Il lavoro che comunque viene usualmente indicato come inizio della teoria quantistica dei campi è quello di Dirac del 1927: *The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation*. La risposta al problema era già stata data da Born e Jordan, e da Dirac in due articoli del 1926: il problema era quello di verificare che la formula trovata era una conseguenza matematica della meccanica quantistica. Nel processo di emissione spontanea si assiteva alla creazione di una particella: (atomo eccitato) $\Rightarrow$ (atomo eccitato + fotone). Era necessario verificare se e come la meccanica quantistica potesse trattare in modo consistente processi di creazione e distruzione di particelle. Il successo di Dirac nel campo della emissione spontanea di radiazione sembrava confermare il carattere universale della meccanica quantistica.

The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation.

By P. A. M. Dirac, St. John's College, Cambridge, and Institute for Theoretical Physics, Copenhagen.

(Communicated by N. Bohr, For. Mem. R.S.—Received February 2, 1927.)

§ 1. *Introduction and Summary.*

The new quantum theory, based on the assumption that the dynamical variables do not obey the commutative law of multiplication, has by now been developed sufficiently to form a fairly complete theory of dynamics. One can treat mathematically the problem of any dynamical system composed of a number of particles with instantaneous forces acting between them, provided it is describable by a Hamiltonian function, and one can interpret the mathematics physically by a quite definite general method. On the other hand, hardly anything has been done up to the present on quantum electrodynamics. The questions of the correct treatment of a system in which the forces are propagated with the velocity of light instead of instantaneously, of the production of an electromagnetic field by a moving electron, and of the reaction of this field on the electron have not yet been touched. In addition, there is a serious difficulty in making the theory satisfy all the requirements of the restricted

Particelle e campi: verso un sincretismo crescente?

Il successo di Dirac lasciava però irrisolta la dicotomia tra particelle materiali (non soggette al processo di creazione-distruzione) e campo elettromagnetico quantizzato (i cui quanti, i fotoni, potevano essere liberamente creati e distrutti). In pochi anni questa concezione dualistica sarebbe profondamente mutata. Schematicamente i passi che portano a rivedere l'immagine fisica della natura sono i seguenti:

- Negli articoli di Jordan-Wigner (1928), Heisenberg-Pauli (1929-1930), e (per certi versi) Fermi (1929) si mostra (in linea con la precedente intuizione di de Broglie) che le particelle materiali possono essere interpretate come quanti di opportuni campi, proprio allo stesso modo in cui i fotoni sono i quanti del campo elettromagnetico. La fenomenologia viene quindi inserita in una visione in cui i campi (quantizzati), soggetti alle regole della relatività ristretta e della meccanica quantistica, sono la realtà ultima, e le particelle epifenomeni di questa. Questa nuova visione, che lentamente si fa strada, ha come implicazione immediata il fatto che, fornendo sufficiente energia, è possibile creare particelle materiali, come i fotoni vengono creati dalla perdita di energia dell'atomo. È questa l'idea centrale che porta Fermi (1932-1934) a formulare la prima teoria dei processi nucleari del decadimento β.

- Fino alla scoperta di Chadwick del neutrone (1932) il modello e-p è alla base di tutte le teorie della struttura nucleare. Tuttavia si sono già evidenziati, verso la fine degli anni venti, una serie di problemi: (1) paradosso spin-statistica; (2) confinamento dell'elettrone (energia stimata 100 MeV: β di alta energia e, dopo la teoria dell'elettrone relativistico di Dirac, creazione di coppie). Heisenberg aveva già proposto nel 1932 una costituzione nucleare p-n ma rimaneva il problema: da dove provengono gli elettroni del dacadimento β? La teoria di Fermi risponde proprio a questa domanda: in analogia con la creazione del fotone nel decadimento radiativo di un atomo, l'elettrone viene creato nel decadimento del neutrone e, per salvare la conservazione dell'energia, viene ipotizzata una nuova particella (il neutrino).

L'equazione di Dirac

Nel 1928 Dirac pubblica due articoli su una nuova equazione relativistica dell'elettrone: è il terzo fondamentale contributo dell'autore al progresso della fisica (il primo era stato sulla formulazione della meccanica quantistica nel 1926, il secondo sulla teoria della radiazione di cui si è appena parlato). Versioni relativistiche dell'equazione di Schrödinger erano già state introdotte a quell'epoca: tra aprile e settembre 1926 almeno sei autori (Schrödinger, O. Klein, W. Gordon, V. Fock, Th. de Donder e H. van den Dungen, J. Kudar) avevano ricavato indipendente l'equazione d'onda relativistica (quella oggi usata per il campo scalare)

$$\left(\Box - \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\psi = 0 \ , \quad \text{con } \Box = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}. \tag{25}$$

Questa equazione venne considerata risolutiva per qualche tempo, come testimonia lo scambio di battute tra Bohr e Dirac durante il V Congresso Solvay (24-29 ottobre 1927, su "elettroni e fotoni"): (Bohr) "Su cosa stai lavorando?", (Dirac) "Sto tentando di formulare una teoria relativistica dell'elettrone", (Bohr) "Ma Klein ha già risolto questo problema".

Dirac però non era d'accordo con Bohr. Secondo lui i problemi che affliggevano l'equazione di Klein-Gordon erano legati al fatto che l'equazione **non era lineare**. Nell'equazione di Klein-Gordon ρ (la densità di probabilità del caso non relativistico) era data da:

$$\rho = \frac{i\hbar}{2mc^2}\left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\partial \psi^*}{\partial t}\psi\right), \tag{26}$$

un'espressione non definita positiva, che quindi non si prestava ad un'interpretazione probabilistica.

Utilizzando, tra l'altro, il formalismo delle matrici di spin introdotto da Pauli nel 1927, Dirac riusciva a ottenere l'equazione lineare che porta il suo nome:

$$\left(\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \frac{mc}{\hbar}\right)\psi = 0 \tag{27}$$

Risultati e difficoltà dell'equazione di Dirac

Tra i "trionfi" dell'equazione di Dirac:

1. Lo spin $\hbar/2$ dell'elettrone è una naturale conseguenza dell'equazione d'onda relativistica.

2. Il fattore $g = 2$ (di Thomas) dell'elettrone compare automaticamente, e dalle equazioni segue direttamente il valore del momento magnetico dell'elettrone.

3. L'applicazione all'atomo di idrogeno permette di ricavare la struttura fine dello spettro in accordo con la formula di Sommerfeld con i corretti numeri quantici di Goudsmit-Uhlenbeck.

4. L'accoppiamento dell'equazione di Dirac con il campo elettromagnetico quantizzato permette di ricavare le sezioni d'urto relativistiche dello scattering elettrone-fotone (formula di Klein-Nishina), elettrone-elettrone (formula di Møller), e l'emissione di fotoni dallo scattering elettrone-campo coulombiano del nucleo.

A questi successi si accompagnavano però delle difficoltà. Nel formulare la sua teoria degli elettroni individuali (in altre parole in un contesto interpretativo che non era quello dei campi) Dirac si accorge che l'equazione ha soluzioni corrispondenti a **stati di elettroni a energia negativa** ($E = \pm c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$), cioè un'energia inferiore allo stato di vuoto. Questi stati non potevano essere esclusi, come si era fatto in casi analoghi nelle teorie classiche: la loro esclusione portava a inconsistenze nel formalismo e nella derivazione dei risultati fenomenologici.

Dalla teoria delle lacune all'antimateria

Nel maggio del 1929 in un articolo sull'invarianza di gauge, Weyl suggeriva: "Sembra plausibile anticipare che, delle due coppie di componenti della quantità di Dirac, una appartenga all'elettrone e l'altra al protone".

Dirac, nel dicembre del 1929, faceva uso del principio di Pauli e assumeva che, nel vuoto, quasi tutti gli stati di energia cinetica negativa fossero occupati. Gli stati non occupati, lacune (*holes*), nel mare di elettroni di energia negativa si comportavano come particelle di energia positiva con carica elettrica opposta a quella degli elettroni. Dirac concludeva:
"Siamo condotti ad assumere che le lacune nella distribuzione degli elettroni di energia negativa sono i protoni".

Al di là del problema legato all'identificazione delle lacune con i protoni - di cui parliamo tra breve - l'idea di Dirac del 1929 aveva già due fondamentali conseguenze: (a) la possibilità di creazione di coppie elettrone-lacuna rendeva il semplice problema dello scattering elettrone-fotone non più un problema a due corpi ma ad infiniti corpi (una teoria di campo); (b) come già era successo considerando il ruolo dell'energia di punto zero nell'emissione spontanea di radiazione, **la trattazione quanto relativistica andava "popolando" lo spazio vuoto** appena liberato dall'etere grazie alla relatività ristretta.

Alcune critiche all'identificazione delle lacune con gli elettroni vennero mosse a Dirac.

- R. Oppenheimer nel febbraio del 1930 faceva notare che identificando le lacune con i protoni l'atomo di idrogeno doveva annichilarsi in due fotoni in 10^{-10} secondi. Indipendentemente anche Tamm, nell'aprile del 1930, arrivava alle stesse conclusioni. E Weyl nel novembre del 1930 sottolineava che profonde modificazioni della teoria erano necessarie se si voleva mantenere una asimmetria tra lacune e elettroni.

- Nel maggio del 1931 Dirac, tenuto conto di queste obiezioni, proponeva: "Una lacuna, se ce ne fosse una, sarebbe un nuovo tipo di particella, sconosciuta alla fisica sperimenatle, con la stessa massa ma carica opposta a quella dell'elettrone".

- Nel settembre del 1932 Carl Anderson annunciava "L'apparente esistenza" di elettroni positivi (*positives*).

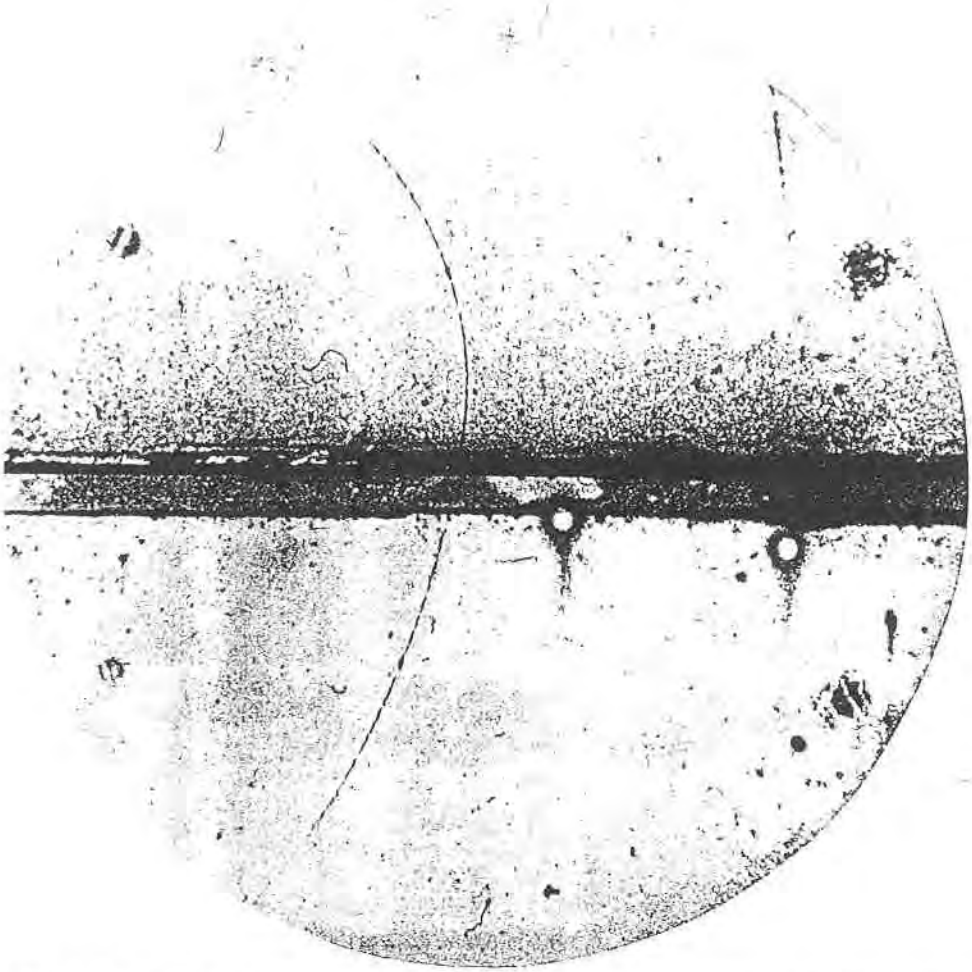


FIG. 1. A 63 million volt positron ($H\rho = 2.1 \times 10^5$ gauss-cm) passing through a 6 mm lead plate and emerging as a 23 million volt positron ($H\rho = 7.5 \times 10^4$ gauss-cm). The length of this latter path is at least ten times greater than the possible length of a proton path of this curvature.

magnitude of the charge and mass of the particle. The specific ionization was not in these cases measured, but it appears very probable, from a knowledge of the experimental conditions and by comparison with many other photographs of high- and low-speed electrons taken under the same conditions, that the charge cannot differ in magnitude from that of an electron by an amount as great as a factor of two. Furthermore, if the photograph is taken to represent a positive particle penetrating the 6 mm lead plate, then the energy lost, calculated for unit charge, is approximately 38 million electron-volts, this value being practically independent of the proper mass of the particle as long as it is not too many times larger than that of a free negative electron. This value of 63 million volts per cm energy-loss for the positive particle it was considered legitimate to compare with the measured mean of approximately 35 million volts[3] for negative electrons of 200–300 million volts energy since the rate of energy-loss for particles of small mass is expected to change only very slowly over an energy range extending from several million to several hundred million volts. Allowance being made for experimental uncertainties, an upper limit to the rate of loss of energy for the positive particle can then be set at less than four times that for an electron, thus fixing, by the usual relation between rate of ionization and

[3] C. D. Anderson, Phys. Rev. 43, 381A (1933).

Una nuova interpretazione delle particelle e delle forze

La teoria di Dirac dell'antimateria (con il mare infinito di elettroni di energia negativa) permetteva di dar conto in una certa maniera della creazione e distruzione di particelle senza far ricorso all'idea della teoria quantistica dei campi. **Fornendo energia sufficiente, un elettrone di energia negativa poteva saltare in uno stato di energia positiva. Il processo corrispondeva alla creazione di una lacuna e quindi di un positrone, più un elettrone**: $\gamma \to e^+ + e^-$. E ovviamente l'opposto per l'annichilazione $e^+ + e^-$.

Dirac continuò anche in seguito a opporsi all'idea che una teoria di campo fosse necessaria per descrivere particelle diverse dal fotone. Ma nel 1934 due articoli (di Furry e Oppenheimer, e di Pauli e Weisskopf) indicavano chiaramente che una teoria di campo avrebbe incorporato in modo naturale l'idea dell'antimateria, insieme alla creazione e annichilazione di coppie particella-antiparticella, senza ricorrere all'introduzione di un mare di particelle di energia negativa inosservabili. Erano i germi della trattazione congiunta di particelle e antiparticelle come quanti di diversi campi.

La nuova visione delle particelle che cominciava a farsi strada mutava anche la comprensione del meccanismo attraverso il quale si esercitavano le forze. Queste potevano essere interpretate come scambio di particelle: i fotoni, nel caso delle forze elettromagnetiche, altre particelle nel caso delle forze nucleari. Queste **particelle virtuali** non erano direttamente osservabili mentre venivano scambiate: avrebbero violato la conservazione dell'energia (per es. $e \to e + \gamma$). Ma la loro possibilità rientrava nell'ambito del principio di indeterminazione.

È per questa strada che Yukawa arriva nel 1935 a predire l'esistenza di nuove particelle mediatrici delle interazioni nucleari. Se il range è legato alla massa delle particelle nella forma $r^{-1}e^{rMc/\hbar}$, allora il fotone con $M = 0$ ha range infinito (l'usuale forza coulombiana che va come $1/r^2$), mentre le forze nucleari tra protoni e neutroni (il cui range è dell'ordine di 10^{-13} cm) saranno mediate da particelle la cui massa è qualche centinaio di volte quella dell'elettrone. Nella teoria quantistica dei campi la dinamica delle particelle e delle loro interazioni si riduce al problema di determinare quali siano i campi quantistici fondamentali.

Il problema degli infiniti

La fine degli anni venti e i primi anni trenta sono sicuramente segnati dai primi successi della teoria quantistica dei campi, ma allo stesso tempo sono testimoni delle prime profonde incosistenze nel nuovo quadro teorico. Queste inconsistenze, come molti dei grandi protagonisti di quegli anni notarono, hanno alcuni punti di contatto con la divergenza della massa (elettromagnetica) dell'elettrone nell'elettrodinamica classica dovuta all'autointerazione della carica su sé stessa.

- La questione venne inizialmente posta in un articolo di Oppenheimer del 1930, nel quale si tentava di calcolare l'influenza prodotta sull'energia di un elettrone atomico dalla auto-interazione con il campo elettromagnetico (quantizzato) da lui prodotto. Come lo scambio di fotoni virtuali tra due elettroni produce un'energia di interazione tra loro, allo stesso modo l'emissione e il riassorbimento di fotoni da parte dello stesso elettrone produce un'auto energia che dovrebbe produrre uno shift nei livelli atomici. Oppenheimer si accorgeva che con gli strumenti a disposizione il calcolo dava come risultato uno shift infinito.

- Nel 1934 Weisskopf (grazie anche a una correzione di un errore suggerita da Furry) includendo nel processo oltre ai fotoni virtuali anche lo scambio di coppie virtuali e^+-e^- migliorava il risultato di Oppenheimer (le divergenze esistevano ma avevano un andamento logaritmico).

- Infiniti analoghi venivano scoperti anche in altri problemi, come la polarizzazione del vuoto per applicazione di campi elettrici (Dirac, 1933), e lo scattering di elettroni da campi elettrici atomici (Dancoff, 1939).

A parte l'eccezione delle divergenze infrarosse (associate con fotoni di bassa energia) che Bloch e Nordsieck dimostravano cancellabili nel 1937, il problema degli infiniti sembrava porre un ostacolo insormontabile sulla strada della teoria quantistica dei campi. **Questo fatto si risolse in una radicale revisione del programma di ricerca**.

Strade alternative I

Vale la pena ricordare brevemente alcune delle proposte avanzate negli anni trenta e quaranta come alternativa più o meno radicale al programma delle teorie quantistiche dei campi, anche perché alcune di queste, carsicamente, sono riemerse in fasi successive della ricercafisica:

1 Nel 1938 Heisenberg propone l'esistenza di un'unità fondamentale di energia (associata ad un'unità di lunghezza e di tempo fondamentale). La teoria di campo quantistica è significativa solo a scale di energia piccole rispetto a questa unità fondamentale. L'analogia è con altre costanti fondamentali: (1) la costante di Planck, che determina il contesto applicativo della meccanica quantistica quando il rapporto tra energie e frequenze si approssima a h; (2) la velocità della luce, che determina l'ambito di applicazione della relatività ristretta per velocità che si avvicinano a c. Allo stesso modo se le energie in gioco superano l'unità fondamentale, potrebbe essere necessaria una teoria del tutto nuova che dovrebbe contenere meccanismi che eliminino i contributi infiniti delle particelle virtuali. È un'idea oggi ripresa nel contesto delle **teorie effettive di campo**.

2 Wheeler nel 1937 e Heisenberg nel 1943 propongono indipendentemente un approccio di tipo positivistico alla fisica, nel quale la teoria quantistica dei campi viene sostituita da una nuova teoria, nota come **teoria della matrice S** nella quale dovrebbero essere implicate solo quantità osservabili. L'idea è che gli esperimenti non offrono in realtà la possibilità di seguire nel dettaglio i processi di collisione. Quello che si misura sono solo energie e qualche altra proprietà dei sistemi legati (come gli atomi) e le probabilità dei diversi processi di collisione. Queste quantità obbediscono ad alcuni principi generali: sono espresse da numeri reali, conservano le probabilità, dipendono dall'energia in modo regolare, obbediscono a leggi di conservazione... sono questi principi che dovrebbero sostituire le assunzioni della teoria quantistica dei campi. **È prendendo spunto anche da questo approccio che muovono i primi passi verso la metà degli anni sessanta le cosiddette teorie di stringa**.

Strade alternative II

Il problema degli infiniti spinge alcuni fisici a riconsiderare le teorie classiche dell'elettrone nella speranza che ottenendo una versione "corretta" della teoria classica si possa poi procedere consistentemente a una sua quantizzazione.

[1] Nel 1938, compare l'articolo di P.A.M. Dirac dal titolo *Classical theory of radiating electrons*. L'introduzione a questo articolo contiene alcune osservazioni generali di grande interesse. Dopo aver riconosciuto al modello di Lorentz dell'elettrone i suoi meriti, ed aver passato brevemente in rassegna i suoi limiti, Dirac prosegue dicendo:

“Una delle più attraenti idee del modello di Lorentz dell’elettrone, l’idea che tutta la massa sia di origine elettromagnetica, appare oggi sbagliata per due diverse ragioni. In primo luogo, la scoperta del neutrone ci ha fornito di una forma di massa che è molto difficile credere possa essere di natura elettromagnetica. In secondo luogo, abbiamo la teoria del positrone – una teoria in accordo, per quanto fino ad ora sappiamo, con gli esperimenti – nella quale valori positivi e negativi per la massa di un elettrone giocano ruoli simmetrici. Questo non può essere conciliato con l’idea elettromagnetica della massa, che asserisce che tutte le masse siano positive, anche in una teoria astratta.

L’allontanamento dalla teoria elettromagnetica della natura della massa elimina la principale ragione che abbiamo di credere in un elettrone di dimensione finita. Il non considerare valide le equazioni del campo ovunque, fino al centro dell’elettrone, che dovrebbe allora apparire come un punto di singolarità, sembra, oggi, una complicazione non necessaria. In tal modo siamo portati a considerare un modello puntiforme per l’elettrone.”

Ma accettare la teoria di Maxwell del campo – prosegue Dirac – implica l'insorgere di una nuova difficoltà: il campo, nell'immediato intorno dell'elettrone (puntiforme) ha una massa infinita. Questo tipo di difficoltà acquista particolare rilevanza nell'ambito quantistico. Afferma Dirac:
"Si può pensare che questa difficoltà possa essere risolta solo con una migliore comprensione della struttura dell'elettrone secondo le leggi quantistiche. Tuttavia, sembra più ragionevole supporre che l'elettrone sia un oggetto troppo semplice perché la questione delle leggi che governano la sua struttura possa sorgere, e così la meccanica quantistica non dovrebbe essere necessaria per la soluzione di questa difficoltà. Quello che si impone è una qualche nuova idea fisica, un'idea che dovrebbe essere intellegibile sia nella teoria classica che in quella quantistica, e il più semplice cammino per avvicinarsi ad essa è quello che si mantiene dentro i confini della teoria classsica."

Strade alternative III

[2] Tra il 1941 e il 1949, Wheeler e Feynman propongono una formulazione della teoria dell'elettrone classico puntiforme basata sull'azione a distanza. [J.A. Wheeler e R.P. Feynman, "Reaction of the Absorber as the Mechanism of Radiative Damping", *Phys. Rev.*, **59** (1941) 682 (contiene solo un riassunto di poche righe di un intervento al Congresso del 1941 della *American Physical Society*); "Interaction with the Absorber as the Mechanism of Radiation", *Rev. Mod. Phys.*, **17** (1945) 157-181; "Classical Electrodynamics in Terms of Direct Interparticle Action", *Rev. Mod. Phys.*, **21** (1949) 425-433]. Le ragioni di fondo che motivano questa nuova proposta, che passa attraverso un riesame critico della teoria dell'elettrone di Dirac, sono chiaramente espresse nell'introduzione al loro articolo del 1949. Considerando come problematica, nell'ambito della teoria classica dei campi, la richiesta che una particella agisca su se stessa (fatto che, come abbiamo visto, porta alle divergenze della massa dell'elettrone), i due autori affermano:

“Delle teorie quantistiche dei campi e delle loro possibilità noi difficilmente conosciamo abbastanza per poter, su basi quantistiche, rispondere alla domanda se una tale auto-interazione diretta *debba esistere. La teoria quantistica definisce quelle possibilità di misurazione che sono consistenti con il principio di complementarietà, ma gli stessi dispositivi di misura, dopo tutto, fanno necessariamente uso di concetti classici per specificare le quantità misurate. Per questa ragione è appropriato iniziare una rianalisi del concetto di campo ritornando all’elettrodinamica classica.”*

In questo senso, il problema fondamentale della fisica classica da rianalizzare è, come i due autori esplicitamente affermano, quello del moto di un sistema di particelle cariche sotto l’influenza di forze elettromagnetiche. Il punto di partenza, della proposta di Wheeler e Feynman, sono i lavori di K. Schwarzschild (1903), H. Tetrode (1922) e A.D. Fokker (1929-32), che si collocano nella tradizione delle teorie Ottocentesche dell’azione a distanza. Questi lavori forniscono una “descrizione della natura”, come la chiamano Wheeler e Feynman, in cui nessun uso diretto della nozione di campo viene introdotto (i campi sono solo grandezze derivate, non esiste *il* campo come entità indipendente con gradi di libertà propri). Ogni particella si muove in accordo con un principio di azione stazionaria, che racchiude tutta la meccanica e l’elettrodinamica, e, in questo senso, costituisce la “generalizzazione naturale e autoconsistente della meccanica newtoniana allo spazio quadri-dimensionale di Lorentz e Einstein”.

Shelter Island, Lamb shift, si compie il cammino verso la rinormalizzazione

La soluzione al problema, nota come *metodo di rinormalizzazione*, venne raggiunta solo alla fine degli anni quaranta grazie specialmente ai lavori di Tomonaga (1946-1948), Schwinger (1948), Feynman (1948) e Dyson (1949). Almeno altri due nomi vanno ricordati in questo contesto: quelli di Bethe e Kramers. Alcune congetture erano già state avanzate nel 1936 da Weisskopf e Euler. Infine è doveroso ricordare i lavori di Stueckelberg (1934-1938) nei quali formulava la teoria dei campi in forma manifestamente covariante, un punto di partenza fondamentale per sviluppare i metodi di rinormalizzazione (non a caso Stueckelberg ricava anche lui, indipendentemente, una formulazione completa delle procedure di rinormalizzazione nel 1947). I suoi lavori (e le sue comunicazioni a convegni), però, non furono compresi dalla comunità scientifica e vennero riscoperti e rivalutati solo dopo l'avvento della rinormalizzazione.

Una spinta decisiva al conseguimento dei risultati della fine degli anni quaranta venne dal congresso sui fondamenti della meccanica quantistica tenutasi a *Shelter Island* nel giugno del 1947.

- Al congresso erano presenti tra gli altri: Rabi, Pauling, Lamb, Uhlenbeck, Schwinger, Bruno Rossi, Wheeler, Bethe, Weiiskopf, Kramers, Oppenheimer, Feynmann.
- L'avvenimento cruciale fu la comunicazione di Lamb dei risultati dell'esperimento da lui condotto insieme al suo studente Retherford nel quale per la prima volta si aveva una chiara evidenza di quello che è oggi noto come "Lamb shift". A differenza di quanto ancora previsto dalla teoria di Dirac (in accordo su questo con quella di Sommerfeld) gli orbitali $s_{1/2}$ e $p_{1/2}$ non risultavano degeneri (un fatto che aveva cominciato a manifestarsi già in alcuni esperimenti di Williams del 1938, condotti ancora metodi di spettroscopia ottica). Il contributo decisivo alla rimozione della degenrazione veniva proprio dall'interazione dell'elettrone con il proprio campo: proprio quell'effetto che Oppenheimer aveva tentato di calcolare nel 1930.
- I risultati comunicati da Lamb furono al centro della discussione e stimolarono i successivi sviluppi (sembra che Bethe avesse fatto alcuni conti in treno, tornando dal congresso, sul Lamb shift, arrivando, anche se in modo approssimato, ad una stima teorica in accordo con i dati sperimentali).

I passi successivi: una breve cronologia I

Per alcuni anni dopo il 1949 si assiste a un grande entusiasmo per la teoria dei campi quantistici. Molti pensavano di essere finalmente giunti alla vigilia di una comprensione completa dell'intero universo microfisico (e non solo della QED). Ma di lì a poco si sarebbe prodotto una nuova battuta d'arresto che avrebbe di nuovo condotto a una ventina d'anni di tentativi di nuove strade.

Una parte dei problemi erano legati alla limitata applicabilità di quello che veniva considerato il principio di rinormalizzazione. Perché gli infiniti potessero essere eliminati rinormalizzando i parametri fisici (massa, carica...), era necessario che questi infiniti si manifestassero solo in un limitano numero di modi. Dyson aveva dimostrato che situazioni del genere si presentavano solo in una classe ristretta di teorie fisiche (alla quale apparteneva QED) chiamate **teorie rinormalizzabili**, ma molte altre teorie non sembravano rientrare nella classe. Tra queste ultime si ritrovava anche la teoria delle interazioni deboli di Fermi.

Un altro problema, intrecciato a quello della rinormalizzabilità, riguardava l'applicabilità dei metodi di espansione perturbativa. Questi metodi permettevano di ricavare stime teoriche nel campo delle interazioni deboli, ma risultavano inapplicabili nell'ambito di quelle forti.

Nuovamente si cercano strade alternative tra le quali:

1. ritorno alla teoria della matrice S;
2. approfondimento dei principi di simmetria e delle leggi di conservazione;
3. teoria assiomatica dei campi.

I passi successivi: una breve cronologia II

La strada che ha portato al *Modello Standard* non può essere sintetizzata in poche battute. Qui di seguito si trovano solo alcuni momenti fondamentali:

- Sviluppo delle teorie di gauge abeliane e non-abeliane (a partire dal lavoro di Yang e Mills del 1954).
- Introduzione dell'idea di rottura spontanea di simmetria (Nambu e Jona Lasinio, 1960-1961).
- Le correnti neutre e la loro evidenza sperimentale in reazioni con neutrini nel 1973.
- la QCD: quarks, colore e libertà asintotica 1973.
- Dicembre 1984 van der Meer e Rubbia le misure sulle W e Z.

I cambiamenti nelle nostre attitudini da me descritti [a proposito della elaborazione del modello Standard] non possono essere spiegati nei termini classici della deduzione o induzione, piuttosto essere compresi come risultato di qualcosa che assomiglia alla selezione naturale. Questo può dare l'impressione che le nostre teorie non siano molto più di costrutti sociali, come supposto da alcuni radicali commentatori della scienza, come Pickering, l'autore di un libro intitolato *Constructing Quarks*. Nessuno di noi che abbiamo vissuto nel mezzo di questi cambiamenti la pensa in questo modo. Pensiamo ovviamente che la scienza sia un'attività sociale. Come Latour e Woolgar commentavano dopo aver osservato la ricerca biochimica: "La negoziazione riguardo a ciò che viene considerato una prova o riguardo a ciò che costituisce un buon tentativo non è né più ne meno disordinata di una qualunque argomentazione tra avvocati e politici". Ma la stessa cosa si potrebbe dire dell'arrampicata in montagna. Chi scala le montagne, come il biochimico o l'avvocato, può discutere su quale sia il migliore cammino alla vetta, e naturalmente questa argomentazione sarà influenzata dalle tradizioni dell'arrampicata in montagna e dalla storia e dalla struttura sociale della spedizione. Ma alla fine gli scalatori potranno raggiungere la vetta o non raggiungerla, e se vi arriveranno lo sapranno. Nessun montanaro scriverebbe mai un libro sull'arrampica in montagna con il titolo *Constructing Everest*. [Weinberg]

La natura [secondo Spengler] sarebbe una funzione della civiltà. Le civiltà sarebbero l'ultima realtà a noi raggiungibile. Lo scetticismo della nostra ultima fase sarebbe storico. Ma perché la leva al tempo d'Archimede e i cunei nel paleolitico funzionavano esattamente come oggi? Perché perfino una scimmia è in grado di usare una leva o una pietra come se fosse a conoscenza della statica e della resistenza dei materiali, e una pantera di dedurre dalle orme la presenza della preda come se fosse a conoscenza della causalità? Ove non si voglia supporre che una civiltà comune leghi anche scimmie, uomini dell'età della pietra, Archimede e pantere, non resta proprio altro che supporre un regolatore comune situato al di fuori dei soggetti, un'esperienza obiettiva che sia quindi capace di ampliarsi e affinarsi, la possibilità di una conoscenza, una qualsivoglia concezione di verità, di progresso e di ascesa, in breve proprio quel miscuglio di fattori teoretici soggettivi ed oggettivi, la separazione dei quali costituisce il gravoso lavoro di cernita della teoria della conoscenza. [Musil]

Gli esperimenti di Frank-Hertz

Le prime misure di h in un ambito diverso dalla teoria del corpo nero furono quelle ottenute da James Franck (1882-1964) e Gustav Hertz (1887-1975) nel 1914. Queste pionieristiche misure, che nonostante alcuni iniziali problemi interpretativi si risolsero nella prima clamorosa conferma sperimentale del modello atomico di Bohr, sono state successivamente eseguite con vari affinamenti.

L'idea di base del procedimento è quella di eccitare un atomo, bombardandolo con elettroni di opportuna energia eV (dove V è il potenziale elettrico che accelera gli elettroni). Il passaggio dell'atomo dal suo stato fondamentale al primo livello eccitato è seguito dall'emissione di radiazione con una certa frequenza ν. Dalla relazione $h\nu = eV$, ricavabile dal modello di Bohr, è possibile ottenere il valore di h/e misurando V e ν.

Lo stesso ragionamento può essere applicato all'energia di eccitazione di livelli superiori dell'atomo e all'energia di ionizzazione (cioè all'energia minima necessaria ad estrarre un elettrone da un atomo).

Gli esperimenti di Millikan

Un secondo filone di esperimenti per la determinazione di h ha inizio dal lavoro con cui Robert Millikan (1868-1953) nel 1916 confermava la teoria di Einstein dell'effetto fotoelettrico. Millikan – noto per le misure della carica dell'elettrone effettuate nel 1909 – nutriva seri dubbi sulla "temeraria" ipotesi dei quanti di luce introdotta da Einstein per spiegare l'effetto fotoelettrico. Nonostante fossero passati più di dieci anni dalla pubblicazione dell'articolo di Einstein, i dubbi di Millikan erano condivisi dalla stragrande maggioranza dei fisici dell'epoca.

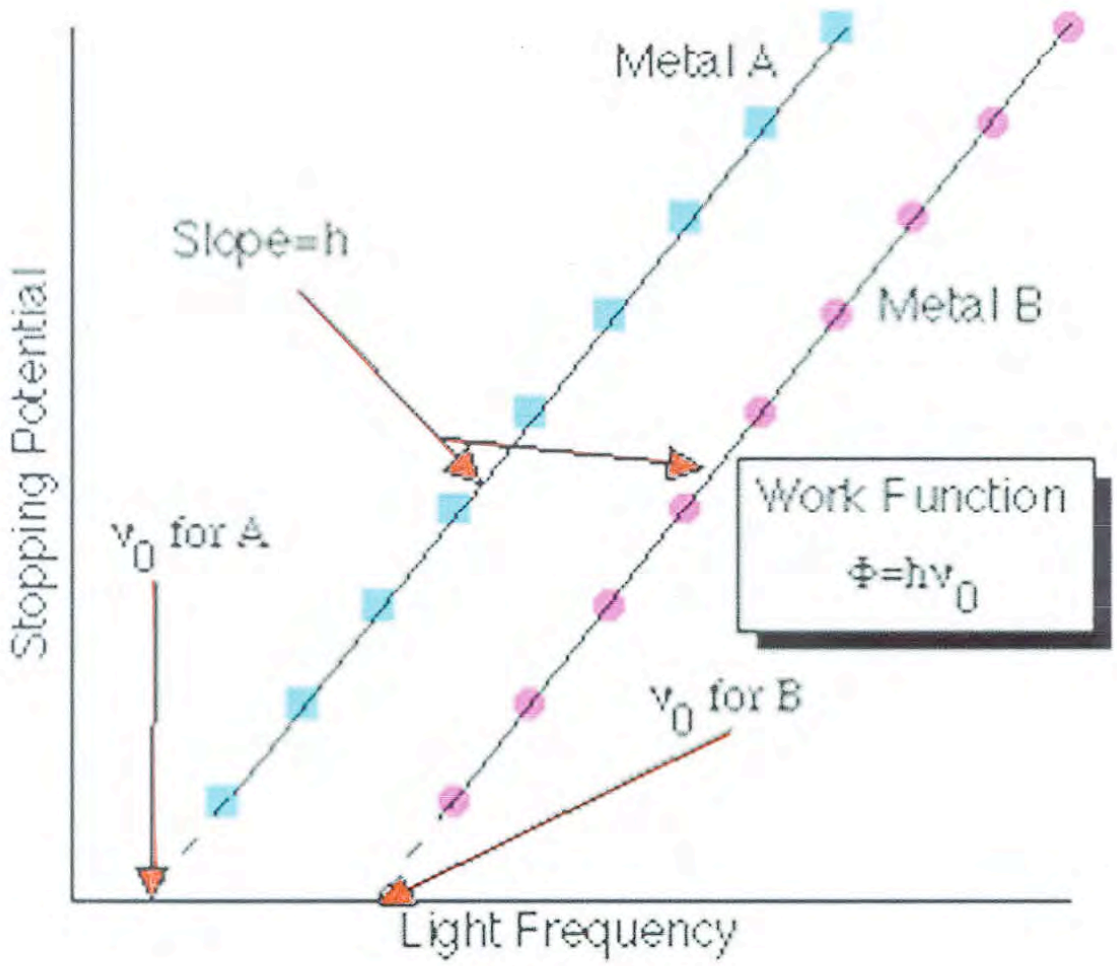
Il metodo impiegato da Millikan per la misura di h faceva uso dell'equazione di Einstein, che può essere scritta nella forma:

$$eV = h\nu - e\phi,$$

dove eV è l'energia cinetica misurata (tramite la misura di V) del fotoelettrone emesso, mentre ϕ è la cosiddetta "funzione di lavoro" pari all'energia necessaria per estrarre un elettrone da un metallo.

Misurando il valore di V a diverse frequenze ν, dalla pendenza della retta si ricava una misura di h/e.

Esperienza di Millikan



Facendo uso della "temeraria" (reckless) ipotesi dei quanti Einstein aveva ottenuto, nel 1905, l'equazione per l'effetto fotoelettrico verificata da Millikan nel 1916.

Misure

$$(1/2)\, m\, v^2 = eV = h\nu - e\phi$$

Gli esperimenti con l'elettrodinamica quantistica

Almeno fino agli anni 1950, le misure di h sono state condotte essenzialmente sulla falsa riga dei metodi impiegati da Frank e Hertz e da Millikan.
L'avvento dell'elettrodinamica quantistica permise di aumentare, almeno in linea di principio, la precisione delle misure di h, anche se non mutava di fatto l'ambito dei fenomeni indagati. Il parametro cruciale che caratterizza le interazioni elettromagnetiche a livello quantistico è la costante di struttura fine (così chiamata da Sommerfeld intorno al 1915), espressa da $\alpha = (2\pi e^2)/(hc)$,dove c è la velocità della luce.

Nell'ambito dell'elettrodinamica quantistica però si generava (o amplificava) un nuovo tipo di problema che può essere esposto, almeno qualitativamente, nei seguenti termini.
Le previsioni della teoria da confrontare con l'esperienza erano formulate da espressioni approssimate in funzione di α; per sapere quanto buona fosse l'approssimazione da paragonare con i risultati sperimentali era quindi necessario disporre di un valore accurato di α. Fino agli anni 1960, i valori più accurati di α erano ottenuti da esperimenti basati su equazioni teoriche che contenevano contributi significativi dell'elettrodinamica quantistica. Questo fatto rendeva difficile un confronto **non ambiguo** tra teoria e esperimento: infatti, la bontà delle previsioni della teoria doveva essere valutata sulla base di valori di α ottenuti da esperimenti a loro volta fortemente dipendenti dalla bontà dell'approssimazione in α della teoria. Un tale confronto tra teoria e esperimento si era perciò **limitato a verificare** la consistenza delle varie misure all'interno del quadro fornito dall'elettrodinamica quantistica.

Gli esperimenti con l'effetto Josephson

La situazione cambiava radicalmente negli anni 1960, dopo la scoperta fatta nel 1962 da Brian Josephson (1940- , premio Nobel per la fisica nel 1973) dell'effetto che porta il suo nome.

L'*effetto Josephson* riguarda una particolare proprietà che si manifesta nella giunzione formata da due elettrodi superconduttori che sono separati da un sottilissimo strato isolante: applicando un'opportuna tensione elettrica V ai due elettrodi si genera tra di essi una corrente elettrica alternata di frequenza ν. La spiegazione dell'effetto Josephson risiede in un effetto quantistico, noto come *effetto tunnel*, che in questo caso coinvolge particolari aggregati (coppie di elettroni) che si formano quando la materia si trova (a bassissime temperature) nello stato di superconduttore.

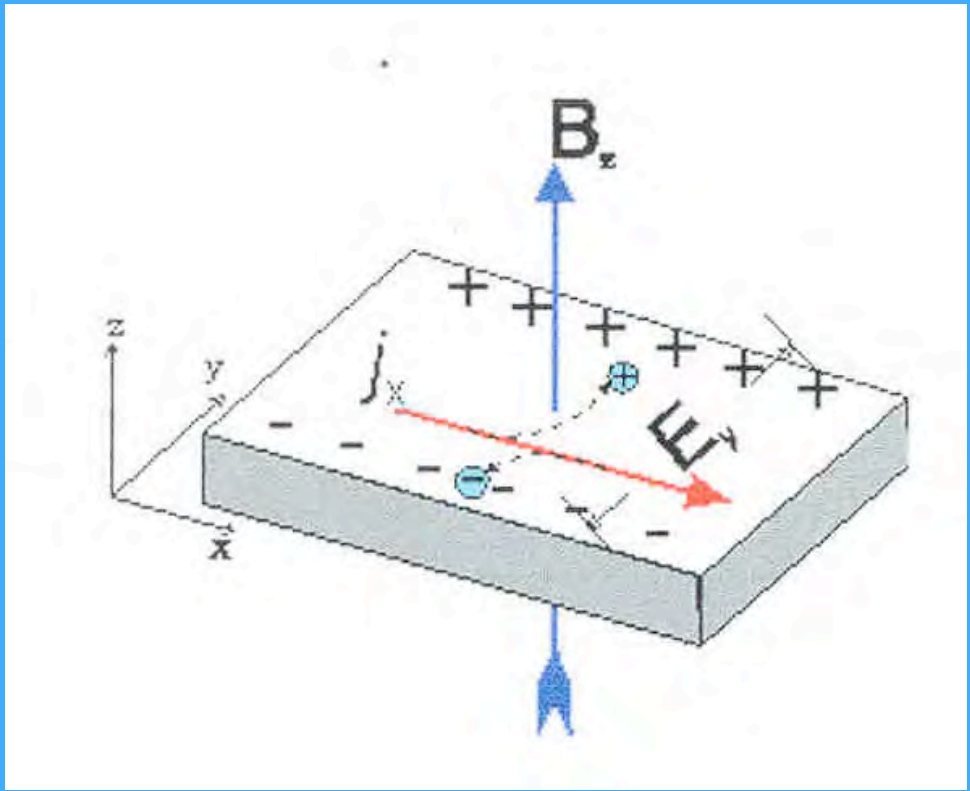
Nonostante la complessità della teoria che spiega il fenomeno, la relazione tra V e ν è semplicemente espressa da $2eV = n\,h\nu$, dove n è un numero intero. Misurando V e ν è possibile ricavare il valore del rapporto $h/(2e)$.

In tal modo diventava possibile paragonare le misure della costante di struttura fine, ottenute nell'ambito dell'elettrodinamica quantistica, con misure ricavate usando l'effetto Josephson, la cui base teorica non coinvolgeva l'elettrodinamica quantistica **Questo fatto oltre ad avviare a soluzione il problema del confronto tra previsioni teoriche della elettrodinamica quantistica e esperimenti, permetteva di migliorare ulteriormente la precisione del valore sperimentale di h.**

Gli esperimenti con l'effetto Hall Quantistico

Dalla seconda metà degli anni 1980, la scoperta di un nuovo e inaspettato effetto ha ulteriormente migliorato le misure di h. Si tratta dell'*effetto Hall quantistico* scoperto nel 1980 da Klaus von Klitzing (1943- , premio Nobel per la fisica nel 1985) e collaboratori. Come l'effetto Josephson, anche questo nuovo effetto è stato messo in evidenza nell'ambito delle ricerche nella fisica della materia a basse temperature.

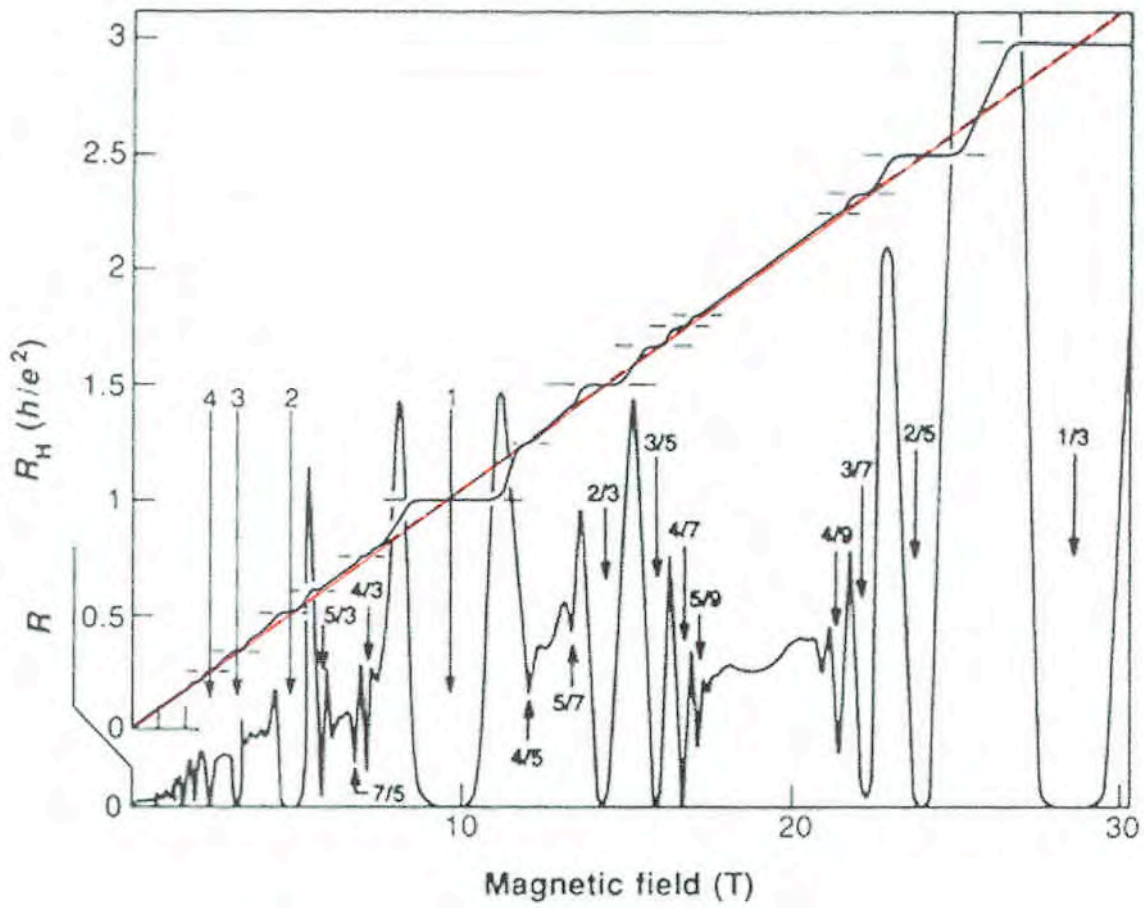
Nell'*effetto Hall classico*, scoperto da Edwin Herbert Hall (1855-1938) nel 1879, si osserva che, applicando un campo magnetico perpendicolarmente a una piastrina conduttrice percorsa da corrente, si genera un nuovo campo elettrico trasversale alla direzione della corrente. Il campo elettrico trasverso (campo di Hall) è dovuto alla deflessione delle cariche che scorrono nel conduttore sotto l'azione del campo magnetico. Al campo di Hall si può associare una resistenza che risulta proporzionale al valore del campo magnetico applicato. Facendo tendere a zero il campo, la resistenza di Hall va a zero linearmente.



L'effetto scoperto da von Klitzing concerne particolari metalli e semiconduttori a bassissime temperature, all'interno dei quali la dinamica elettronica si svolge solo in due dimensioni, su determinati piani legati alla geometria complessiva del dispositivo.

L'effetto si sostanzia in un particolare andamento della resistenza di Hall in funzione del campo magnetico applicato: invece dell'andamento lineare classico si osserva una curva a scalini.

In altri termini la resistenza è quantizzata, e l'unità di quantizzazione è h/e^2: ogni scalino dista dall'altro di questa unità divisa per un numero intero. Una misura della resistenza Hall quantistica fornisce quindi una precisa misura del rapporto h/e^2. L'effetto Hall quantistico viene spiegato sulla base di un opportuno modello di descrizione degli stati energetici degli elettroni all'interno di materiali a bassa temperatura, bidimensionali e sottoposti a intensi campi magnetici.



Tirando le fila...

(A) Gli esperimenti condotti nei cento anni che sono trascorsi dall'introduzione della costante h confermano il ruolo unificante che essa ha svolto, e continua a svolgere, tra diverse branche della ricerca fisica.

(B) Emerge però anche un altro aspetto. In una prima fase, i metodi adottati nella misura di h seguono, in qualche modo, i vari passi mossi in direzione della formulazione di una nuova teoria dei processi microfisici. In questa fase domina l'idea che esista un livello fondamentale della realtà, al quale h allude e dal quale si possa ricavare il suo significato fisico. La fase contrassegnata dalle misure nell'ambito dell'elettrodinamica quantistica, nella quale si palesano in modo particolare i problemi relativi al legame non ambiguo tra previsioni teoriche e verifica sperimentale, segna un progressivo declino dell'idea di ricavare informazioni complete su h riferendosi unicamente ad una teoria più fondamentale della precedente. L'ultima fase, quella degli esperimenti basati su effetti osservati a livello mesoscopico, indica che comunque il significato e il valore di h possono essere ottenuti con la più alta precisione senza far ricorso a teorie che descrivano il comportamento dei sistemi elementari a scale di lunghezza sempre più piccole e a energie sempre più alte.

In questo senso, la storia della costante h di Planck nel XX secolo insegna che non sempre le risposte ai quesiti intorno al mondo fisico vanno cercate in un'accanita ricerca dei costituenti ultimi della materia e dei campi: esse sembrano piuttosto distribuite, in modo non sempre ovvio, nei vari livelli della realtà. La fisica è insomma un lavoro che Bacone chiamerebbe **lavoro da api**.

Gli uomini sperimentali sono simili alle formiche, accumulano e consumano. I ragionatori assomigliano ai ragni, che fanno delle ragnatele traendole dalla loro sostanza. Le api invece prendono una via intermedia; raccolgono materiale dai fiori dei giardini e dei campi, e lo trasformano e lo digeriscono in virtù di una loro propria capacità. Non dissimile da questo è il lavoro della vera filosofia che ricava la materia prima dalla storia naturale e dagli esperimenti meccanici, e non la conserva intatta nella memoria ma la trasforma e la lavora con l'intelletto.

[...] Perciò molto si può sperare da una più stretta e pura lega fra queste due facoltà, quella sperimentale e quella razionale.

Bibliografia

1. M. Klein, *Planck, Entropy, and Quanta, 1901-1906,* in "The Natural Philosopher" **1** (1963), pp. 83-108.

2. H. Kangro, *Early History of Planck's radiation Law*, Taylor & Francis LTD, London 1976.

3. T.S. Kuhn, *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity, 1894-1912,*Clarendon Press, Oxford 1978 (tr. it. Il Mulino, Bologna 1981).

4. A. Pais, *Inward Bound of Matter and Forces in the Physical World*, Oxford Univ. Press, Oxford 1986.

5. L. O'Raifeartaigh, *Gauge theory: Historical origins and some modern developments*, "Reviews of Modern Physics" **72** (2000), pp. 1-23

6. N. Bohr, *The Philosophical Writings*, Vol. 1, Ox Bow Press Woodbridge, Connecticut 1987.

7. G. Peruzzi, *La costante di Planck compie 100 anni*, in "Le Scienze", n. 387 (2000), pp. 60-66.